

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут»

## **ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА**

**Оптика. Квантова фізика. Молекулярна фізика**

**Збірник задач**  
для студентів технічних спеціальностей

Київ      2010

## Зміст

### Оптика

1. Електромагнітні хвилі
2. Геометрична оптика
3. Інтерференція
4. Дифракція
5. Поляризація та дисперсія

### Квантова фізика

6. Корпускулярні властивості випромінювання
7. Хвильові властивості частинок
8. Рівняння Шрьодінгера
9. Будова атома

### Молекулярна фізика

10. Ідеальний газ
11. Термодинаміка

3

## Фізичні константи

Швидкість світла у вакуумі

Стала Планка

Елементарний заряд

Маса електрона

Маса протона

Магнетон Бора

Комптонівська довжина хвилі електрона

Стала Рідберга

Електрична стала

Магнітна стала

Електрон-вольт

Стала Авогадро

Стала Больцмана

Універсальна газова стала

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$$

$$\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$$

$$\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

$$R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

$$1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$$

$$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$$

$$\mu_0/4\pi = 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$$

# Оптика

## 1. Електромагнітні хвилі

1.1. Швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі  $c$  та в речовині

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}, \quad v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}.$$

1.2. Зв'язок між полями в електромагнітній хвилі у вільному просторі

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H$$

1.3. Об'ємна густина енергії  $w$  електромагнітної хвилі та вектор Пойнтінга

$$\vec{S} w = \frac{EH}{v}, \quad \vec{S} = [\vec{E}\vec{H}].$$

1.4. Інтенсивність електромагнітної хвилі

$$I = \frac{1}{2} E_m H_m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} E_m^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\varepsilon_0 \varepsilon}} H_m^2.$$

1.5. Хвильовий вектор

$$\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n},$$

$\vec{n}$  – орт нормалі до хвильової поверхні.

**1.1.** У деякому середовищі електромагнітна хвиля з частотою 1 МГц поширюється зі швидкістю 200 Мм/с. Чому дорівнює довжина хвилі  $\lambda$  в даному середовищі, а також довжина хвилі  $\lambda_0$  та її частота  $\omega_0$  у вакуумі?

$$(\lambda = 200 \text{ м}, \lambda_0 = 300 \text{ м}, \omega_0 = 6,28 \cdot 10^6 \text{ рад/с})$$

**1.2.** Електромагнітна хвиля поширюється в однорідному ізотропному діелектричному середовищі із проникностями  $\varepsilon = 3,00$  та  $\mu = 1,00$ . Амплітуда напруженості електричного поля хвилі  $E_m = 10,0$  В/м. Знайти: а) амплітуду напруженості магнітного поля хвилі  $H_m$ ; б) фазову швидкість хвилі  $v$ .

$$(H_m = 46 \text{ мА/м}; v = 1,7 \cdot 10^8 \text{ м/с})$$

**1.3.** Електромагнітна хвиля поширюється у вакуумі в напрямку однієї з координатних осей. Записати можливі вирази хвильового вектора  $\vec{k}$  у випадку, коли: а) частота хвилі дорівнює  $\omega$  і вектор  $\vec{E} = \pm E \vec{e}_y$ ,  $\vec{e}_y$  – орт осі Y; б) довжина хвилі дорівнює  $\lambda$  і вектор  $\vec{H} = \pm H \vec{e}_z$ ,  $\vec{e}_z$  – орт осі Z.

$$\left( \text{а) } \vec{k} = \pm \frac{\omega}{c} \vec{e}_x \text{ або } \vec{k} = \pm \frac{\omega}{c} \vec{e}_z; \quad \text{б) } \vec{k} = \pm \frac{2\pi}{\lambda} \vec{e}_x \text{ або } \vec{k} = \pm \frac{2\pi}{\lambda} \vec{e}_y. \right)$$

**1.4.** Електромагнітна хвиля з довжиною хвилі  $\lambda = 10$  см поширюється в однорідному ізотропному та немагнітному середовищі з діелектричною проникністю  $\varepsilon = 4$ . Амплітудні вектори полів хвилі  $\vec{E} = 164,5\vec{i} - 95,0\vec{j}$  (мВ/м) та  $\vec{H} = -H\vec{k}$ . Знайти: а) лінійну частоту хвилі  $\nu$ ; б) амплітуду напруженості магнітного поля хвилі  $H$ ; в) вектор Пойнтінга  $\vec{S}$ , інтенсивність  $I$  і напрям поширення хвилі.

$$\left( \begin{array}{l} \text{а) } \nu = 1,5 \text{ ГГц; б) } H = 1,0 \text{ мА/м; в) } \vec{S} = H(E_y\vec{i} + E_x\vec{j}) \Rightarrow I = 95 \text{ мкВт/м}^2, \\ \text{поширюється } \perp \text{ до осі } Z \text{ під кутом } 60^\circ \text{ до осі } X. \end{array} \right)$$

**1.5.** Знайти зміну  $\Delta\lambda$  довжини електромагнітної хвилі з частотою  $\nu = 3$  МГц при переході з вакууму в немагнітне середовище з проникністю  $\varepsilon = 4,0$ .

$$\left( \Delta\lambda = \left( \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} - 1 \right) \frac{c}{\nu} = -50 \text{ м} \right)$$

**1.6.** Плоска електромагнітна хвиля падає нормально на поверхню плоскопаралельного шару діелектрика товщини  $l$ , діелектрична проникність якого лінійно спадає від  $\varepsilon_1$  на передній поверхні до  $\varepsilon_2$  на задній. Знайти час проходження  $\tau$  хвильових поверхонь цієї хвилі крізь шар.

$$\left( \tau = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{c \ln(\varepsilon_1 / \varepsilon_2)} \right)$$

**1.7.** Потужність випромінювання антени радіостанції дорівнює 100 кВт. Обчислити на відстанях від радіостанції 1 км і 100 км: а) амплітуду вектора Пойнтінга та інтенсивність випромінювання; б) амплітуду напруженості електричного поля хвилі; в) тиск електромагнітних хвиль.

$$\left( \text{а) } 16 \text{ мВт/м}^2, 8 \text{ мВт/м}^2; 1,6 \text{ мкВт/м}^2, 0,8 \text{ мкВт/м}^2; \text{б) } 2,45 \text{ В/м}, 24,5 \text{ мВ/м}; \text{в) } 2,7 \cdot 10^{-11} \text{ Па}, 2,7 \cdot 10^{-15} \text{ Па.} \right)$$

**1.8.** Плоска електромагнітна хвиля  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$  поширюється у вакуумі. Визначити вектор  $\vec{H}(t)$  в точці  $\vec{r} = 0$ .

$$\left( \vec{H}(t) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left[ \frac{\vec{k}}{k}, \vec{E}_m \right] \cos \omega t \right)$$

**1.9.** У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля  $\vec{E}(x, t) = \vec{e}_y E_m \cos(\omega t - kx)$ ,  $\vec{e}_y$  – орт осі Y,  $E_m = 160$  мВ/м,  $k = 0,51$  м<sup>-1</sup>. Знайти вектор  $\vec{H}$  у точці з координатою  $x = 7,7$  м на момент: а)  $t = 0$  і б)  $t = 32,51$  нс.

$$\left( \text{а) } \vec{H} = -\frac{E_m \vec{e}_z}{120\pi} \cos \frac{\pi}{4} = -0,3 \vec{e}_z \text{ (мА/м); б) } \vec{H} = \frac{E_m \vec{e}_z}{120\pi} \cos \frac{\pi}{3} = 0,21 \text{ мА/м} \right)$$

**1.10.** У вакуумі вздовж осі Х поширюється плоска електромагнітна хвиля. Амплітуда напруженості магнітного поля  $H_m = 0,05$  А/м. Знайти: амплітуду напруженості електричного поля  $E_m$ ; середню за часом об'ємну густину енергії хвилі  $\langle w \rangle$ ; інтенсивність хвилі  $I$ ; середню за часом об'ємну густину імпульсу хвилі  $\langle \kappa \rangle$ ; тиск  $P$ , який створює хвиля на повністю поглинаючу поверхню при нормальному падінні

(  $E_m = 18,8$  В/м;  $\langle w \rangle = 1,57$  нДж/м<sup>3</sup>;  $I = 0,47$  Вт/м<sup>2</sup>;  $\langle \kappa \rangle = 5,2 \cdot 10^{-18}$  кг/м<sup>2</sup>с;  $P = 1,57$  нПа )

**1.11.** Визначити середній вектор Пойнтінга  $\langle \vec{S} \rangle$  плоскої електромагнітної хвилі  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ , яка поширюється у вакуумі.

$$\left( \langle \vec{S} \rangle = \frac{\varepsilon_0 E_m^2 c}{2} \frac{\vec{k}}{k} \right)$$

**1.12.** У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля з частотою  $\nu = 10$  МГц й інтенсивністю  $I = 20$  мВт/м<sup>2</sup>. Знайти амплітуду густини струму зміщення  $j_m$  у цій хвилі.

$$\left( j_m = 2\pi\nu \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 I}{c}} = 2,2 \text{ мА/м}^2 \right)$$

**1.13.** Плоский конденсатор з круглими пластинами, що заповнений діелектриком із проникністю  $\varepsilon$ , заряджається за час  $\tau$  до напруги  $U$ . Відстань між пластинами  $d$ , радіус пластин –  $a$ . Приймаючи, що напруга на конденсаторі змінюється з часом лінійно, визначити: а) модуль та напрям вектора Пойнтінга  $\vec{S}(t)$  у точках бічної поверхні діелектрика; б) кількість енергії  $W$ , яка пройшла крізь бічну поверхню за час  $\tau$ , і порівняти її з енергією електричного поля  $W_e$ , що утворилося при заряджанні конденсатора.

$$\left( S(t) = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon U^2 a}{2d^2 \tau^2} t, \text{ напрям – до осі конденсатора}; \quad W = \frac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon U^2 a^2}{2d} = W_e \right)$$

**1.14.** У соленоїді великої довжини  $l$  без осердя сила струму за час  $\tau$  рівномірно збільшується від 0 до  $I$ . Кількість витків соленоїда на одиницю довжини дорівнює  $n$ , радіус витка –  $a$ . Знайти: а) модуль та напрям вектора Пойнтінга на бічній поверхні соленоїда як функцію часу  $\vec{S}(t)$ ; б) енергію  $W$ , яка пройшла крізь бічну поверхню за час  $\tau$ , і порівняти її з енергією магнітного поля  $W_m$ , що утворилося в соленоїді.

$$\left( S(t) = \frac{\mu_0 n^2 I^2 a}{2\tau^2} t, \text{ напрям – до осі соленоїда}; \quad W = \frac{\pi \mu_0 I^2 a^2 l}{2} = W_m \right)$$

**1.15.** По прямому провіднику круглого перерізу протікає постійний струм величиною  $I$ . Визначити потік вектора Пойнтінга  $\Phi_s$  крізь поверхню ділянки провідника з опором  $R$ .

$$(\Phi_s = I^2 R)$$

## **2. Геометрична оптика**

2.1. Показник заломлення (оптична густина) прозорого діелектрика

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon}$$

2.2. Закон заломлення світла та граничний кут повного відбивання

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta; \quad \alpha_{zp} = \arcsin(n_2 / n_1), \quad n_1 > n_2.$$

2.3. Оптична сила тонкої сферичної лінзи

$$\Phi = \left( \frac{n}{n_0} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

для опуклої поверхні  $R > 0$ , для угнутої  $R < 0$ .

2.4. Формула тонкої лінзи

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

знак відстаней від лінзи до дійсних точок «+», а до уявних «-».

**2.1.** Довжина світлової хвилі у вакуумі становить  $\lambda_0 = 0,6$  мкм. Якою буде довжина хвилі  $\lambda$  та частота  $\omega$  цього світла у склі ( $n = 1,5$ )?

$$(\lambda = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}, \omega = 3,14 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1})$$

**2.2.** Світло проходить крізь шар речовини з показником заломлення 1,2 за час 20 нс. За який час світло пройде шар такої ж товщини в речовині з показником заломлення 1,8? В обох випадках світло падає на речовину нормально.

$$(30 \text{ нс})$$

**2.3.** Показник заломлення води дорівнює 1,33. При якому найменшому куті падіння на поверхню промінь світла, що поширюється у воді, не вийде в повітря?

$$(48,8^\circ)$$

**2.4.** Промінь світла падає на межу поділу двох середовищ під кутом  $30^\circ$ . Показник заломлення першого середовища становить 2,4. Чому дорівнює показник заломлення другого середовища, якщо відбитий та заломлений промені є взаємно перпендикулярними?

$$(1,38)$$

**2.5.** Знайти кут падіння променя на поверхню пластини з показником заломлення 1,732, якщо кут заломлення вдвічі відрізняється від кута падіння.  
(60° або 30°)

**2.6.** Промінь, який падає на білий аркуш паперу під кутом  $\alpha = 45^\circ$ , утворює на ньому світну цятку. На яку відстань  $s$  вона переміститься, якщо на папір покласти скляну пластину товщиною  $h = 10$  см? Показник заломлення скла  $n = 1,41$ .

$$\left( s = h \left( \operatorname{tg} \alpha - 1 / \sqrt{(n / \sin \alpha)^2 - 1} \right) = 4,2 \text{ см} \right)$$

**2.7.** Аквалангіст, який стоїть на дні водойми, розглядає джерело світла прямо над собою і бачить, що воно знаходиться на відстані 2 м від поверхні води ( $n = 1,334$ ). На якій відстані від поверхні води насправді розміщене джерело?

( 1,5 м )

**2.8.** Рибалка, розглядаючи прямо під собою камінець на дні озера, оцінює його глибину в 3 м. Яка дійсна глибина озера? Показник заломлення води 1,33.

( 4 м )

**2.9.** Горизонтальний промінь падає під кутом у  $60^\circ$  на вертикальну плоско-паралельну скляну ( $n = 1,5$ ) пластинку товщиною 5 см. Визначити вертикальне зміщення променя при його виході з пластинки.

( 2·см )

**2.10.** Довести, що при малих кутах падіння в призмі з малим заломлюючим кутом  $\vartheta$  промені світла відхиляються на кут  $\delta = (n - 1)\vartheta$  незалежно від кута падіння.

**2.11.** Предмет знаходиться між лінзою та її фокусом. Відстань між зображенням предмета й лінзою дорівнює 30 см, а відношення висоти зображення до висоти предмета дорівнює 0,4. Знайти оптичну силу лінзи.

( 2 дптр )

**2.12.** Хлопчик читає книжку, тримаючи її на відстані 16 см від очей. Якої оптичної сили окуляри він має носити?

( - 2,25 дптр )

**2.13.** Зображення предмета, який знаходиться між лінзою та її фокусом, більше за сам предмет у 3 рази. Чому дорівнює відношення відстані між зображенням та лінзою до фокусної відстані лінзи?

( 2 )

**2.14.** При збільшенні відстані між предметом та угнутою лінзою від  $d$  до  $2d$  відстань між лінзою та зображенням змінюється від  $f_1 = 20$  см до  $f_2 = 25$  см. Чому дорівнює відстань  $d$ ?

( 0,5 м )

### 3. Інтерференція світла

3.1. Зв'язок між різницею фаз і різницею ходу променів

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$$

3.2. Ширина інтерференційної смуги

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d} = \frac{\lambda}{\varphi},$$

$\varphi$  – кутова відстань між джерелами.

3.3. Різниця ходу променів при відбиванні від пластини

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}$$

3.4. Радіуси кілець Ньютона за відсутності речовини між лінзою та пластинкою

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\lambda/2} \quad r_k = \sqrt{kR\lambda} \quad k = 1, 2, \dots - \text{номер кільця.}$$

3.5. Час і довжина когерентності

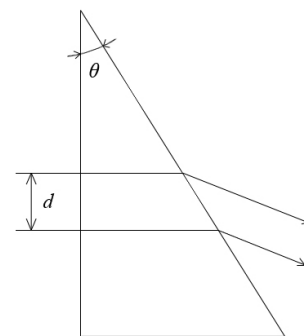
$$\tau \approx \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda}, \quad l = c\tau \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}.$$

**3.1.** На шляху променя, що поширюється в повітрі, розмістили скляну пластинку ( $n = 1,5$ ) завтовшки 20 мкм. Знайти зміну оптичної довжини ходу променя, якщо він падає на пластинку: а) нормально і б) під кутом  $60^\circ$ .

( 10 мкм; 14,4 мкм )

**3.2.** Різниця ходу двох когерентних монохроматичних хвиль у деякій точці простору дорівнює  $0,5\lambda$ . Визначити різницю фаз коливань, що збуджуються хвилями в цій точці.

(  $\pi$  )



**Рис.1**

**3.3.** Два паралельні промені, відстань між якими  $d = 2$  см, падають на скляну ( $n = 1,5$ ) призму, як показано на рис. 1. Визначити різницю ходу  $\Delta$  цих променів після заломлення у призмі, якщо її заломлюючий кут  $\vartheta = 30^\circ$ .

( 0 )



**3.4.** Нестабільність частоти гелій-неонового лазера становить  $\Delta\omega/\omega \approx 10^{-10}$ , довжина хвилі випромінювання 632,8 нм. Оцінити час та довжину когерентності лазера.

( $\approx 20$  мкс;  $\approx 6$  км)

**3.5.** У випромінюванні криптонової лампи, що використовується в еталоні одиниці довжини, оранжева лінія  $\lambda = 605,78$  нм має довжину когерентності  $l_{\text{ког}} = 0,8$  м. Оцінити для цієї лінії час когерентності та інтервал довжин хвиль, що випромінюються.

( $\approx 3$  нс;  $\approx 0,5$  пм)

**3.6.** У досліді з біпризмою Френеля на шляху пучка білого світла один раз установлюється синій світлофільтр ( $\lambda_1 = 450$  нм), інший раз – червоний ( $\lambda_2 = 630$  нм). Як співвідносяться відстані  $\Delta x$  між інтерференційними смугами, що спостерігаються в обох випадках?

( $\Delta x_2 / \Delta x_1 = 1,4$ )

**3.7.** У досліді Юнга відстань між щілинами  $d = 1,0$  мм, а відстань від них до екрана  $l = 1,7$  м. Установити відстань між двома сусідніми інтерференційними смугами, якщо довжина світлової хвилі  $\lambda = 589$  нм. Як зміниться відстань між смугами, якщо: а) джерела розмістити на відстані  $d_1 = 2,0$  мм; б) екран розмістити на відстані  $l_1 = 3,4$  м?

(1,0 мм; 0,5 мм; 2,0 мм)

**3.8.** Визначити довжину світлової хвилі  $\lambda$  в досліді з біпризмою Френеля, якщо відстань від центральної до третьої світлої інтерференційної смуги на екрані  $x = 1,65$  мм, відстань між уявними джерелами  $d = 1,0$  мм, а відстань від них до екрана  $l = 1$  м.

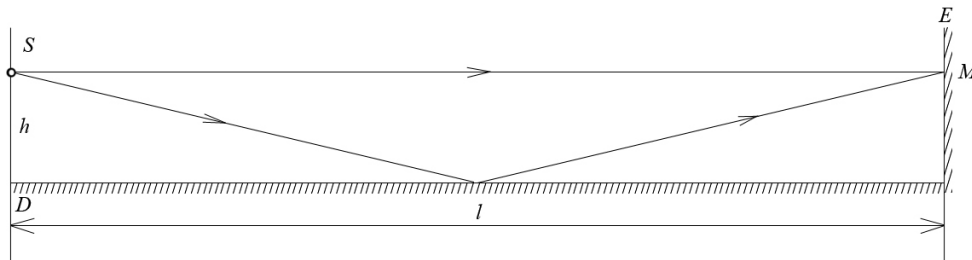
( $\lambda = 550$  нм)

**3.9.** Відстань між двома когерентними джерелами світла  $d = 0,5$  мм, відстань від них до екрана  $l = 2,5$  м. На екрані на відстані  $x = 2$  см уміщується  $N = 10$  темних смуг. Знайти довжину хвилі даного світла.

(400 нм)

**3.10.** У досліді Ллойда (рис. 2) промені, що потрапляють на екран безпосередньо від точкового джерела  $S$ , інтерферують із тими, що перед тим відбиваються від дзеркала  $D$ . Відстань від джерела до площини дзеркала  $h = 1,0$  мм, від джерела до екрана  $l = 1$  м, довжина світлової хвилі  $\lambda = 0,5$  мкм. Визначити: а) що (максимум чи мінімум інтенсивності) буде спостерігатися у точці  $M$  на екрані; б) що (максимум чи мінімум інтенсивності) буде спостерігатися у точці  $M$  на екрані, якщо на шляху променя  $SM$  поставити плоско-паралельну пластинку товщиною  $d = 1,75$  мкм.

( а) мінімум; б) максимум )



**Рис. 2**

**3.11.** У досліді Ллойда (рис. 2) світлові промені від джерела  $S$ , які безпосередньо потрапляють на екран  $E$ , інтерферують із променями, що перед тим відбилися від дзеркала  $D$ . Відстань від джерела до площини дзеркала  $h = 1,0$  мм, від джерела до екрана  $l = 2$  м, довжина світлової хвилі  $\lambda = 600$  нм. Визначити ширину  $\Delta x$  інтерференційних смуг на екрані.

$$\left( \Delta x = \frac{\lambda l}{2h} = 0,6 \text{ мм} \right)$$

**3.12.** При якій найменшій товщині  $b_{\min}$  мильна плівка ( $n = 1,33$ ) при спостереженні у відбитих променях буде забарвленою в зелений ( $\lambda = 550$  нм) колір? Світло падає на плівку під кутом  $i = 60^\circ$ .

$$\left( b_{\min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 0,14 \text{ мкм} \right)$$

**3.13.** Мильна плівка, яка зтягує вертикально розміщений каркас, освітлюється білим світлом. У відбитому світлі спостерігаються кольорові інтерференційні смуги рівної товщини. Чому перед тим, як луснути, плівка набуває чорного кольору?

**3.14.** На поверхню скляної пластики ( $n_c = 1,5$ ) нанесли прозору плівку із показником заломлення  $n_{\text{пл}} = 1,4$ . Якою має бути найменша товщина плівки, щоби при нормальному падінні на неї світло  $\lambda = 600$  нм не відбивалося від поверхні?

( 0,14 мкм )

**3.15.** Для зменшення втрат світла внаслідок відбивання поверхні скляних оптичних деталей укривають тонким шаром прозорої речовини із показником заломлення  $n' = \sqrt{n}$ , де  $n$  – показник заломлення скла (просвітлення оптики). При якій товщині  $h$  покриття світло з довжиною хвилі  $\lambda$  при нормальному падінні не буде відбиватися?

$$(h = m\lambda / 4n', \quad m = 1, 2, \dots)$$

**3.16.** Тонкий скляний ( $n = 1,55$ ) клин із кутом між гранями  $\vartheta = 2'$ , опромінюється по нормалі монохроматичним світлом. Визначити довжину хвилі  $\lambda$  світла, якщо у відбитому світлі відстань між першою та одинадцятою інтерференційною темною смугою  $l = 3$  мм.

$$\left( \lambda = \frac{1}{5} nl\vartheta = 541 \text{ нм} \right)$$

**3.17.** На скляний ( $n = 1,5$ ) клин із кутом  $\vartheta = 2'$  нормально падає пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі  $\lambda = 0,55$  мкм. Визначити ширину  $\Delta x$  інтерференційних смуг, що спостерігаються на поверхні клина у відбитому світлі.

$$\left( \Delta x = \frac{\lambda}{2n\vartheta} = 0,63 \text{ мм} \right)$$

**3.18.** Між двома прозорими паралельними пластинками поклали волосину, внаслідок чого утворився тонкий повітряний клин. Визначити кут клина, якщо при його опроміненні по нормалі світлом  $\lambda = 522$  нм на поверхні утворюються інтерференційні смуги з шириною  $\Delta x = 3$  мм.

$$(0,3')$$

**3.19.** На поверхню тонкого клина нормально падає світло із ступенем монохроматичності  $\lambda/\Delta\lambda = 100$ . При цьому кількість інтерференційних смуг на поверхні клина, що припадає на одиницю довжини,  $N = 40 \text{ см}^{-1}$ . На якій відстані  $l$  від вершини клина зникають інтерференційні смуги?

$$(2,5 \text{ см})$$

**3.20.** Плоско-опукла лінза, що лежить на плоскій скляній пластинці опуклою стороною донизу, освітлюється нормально світлом із довжиною хвилі  $\lambda = 675$  нм. При цьому відстань між 5-м і 25-м світлим кільцем Ньютона у відбитому світлі  $\Delta r = 9$  мм. Визначити радіус кривизни  $R$  лінзи.

$$(15 \text{ м})$$

**3.21.** Відстань між другим і третім темним кільцем Ньютона у відбитому світлі  $\Delta r_1 = 1$  мм. Обчислити відстань  $\Delta r_2$  між 20-м і 21-м темними кільцями.

$$(0,34 \text{ мм})$$

**3.22.** Спектр натрію містить дві лінії, довжини хвиль яких  $\lambda_1 = 589,0$  нм і

$\lambda_2 = 589,6$  нм. Яке за номером  $m$  темне кільце Ньютона, що відповідає одній із цих ліній, збігається з наступним за номером темним кільцем, що відповідає іншій лінії? Спостереження проводять у відбитих променях.

( 982 )

**3.23.** Коли в установці для спостереження кілець Ньютона простір між лінзою та пластинкою заповнили прозорою рідиною, радіуси темних кілець у відбитому світлі зменшились у  $k = 1,2$  рази. Визначити показник заломлення  $n$  рідини.

$$( n = k^2 = 1,44 )$$

**3.24.** Плоско-опукла скляна ( $n = 1,5$ ) лінза з оптичною силою  $\Phi = 1$  дптр лежить на плоскій скляній пластинці опуклою стороною вниз. Визначити довжину хвилі світла  $\lambda$ , яким по нормалі опромінюють лінзу, якщо радіус першого темного кільця Ньютона у відбитому світлі  $r_1 = 0,5$  мм.

$$\left( \lambda = \frac{r_1^2 \Phi}{n - 1} = 500 \text{ нм} \right)$$

#### 4. Дифракція світла

4.1. Зовнішній радіус зони Френеля

$$r_k = \sqrt{k\lambda \frac{ab}{a+b}}, \quad k = 1, 2, \dots - \text{номер зони}$$

4.2. Умова мінімумів при дифракції Фраунгофера на щілині

$$b \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

4.3. Умова головних максимумів при дифракції Фраунгофера на ґратці

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

4.4. Умова мінімумів при дифракції Фраунгофера на ґратці

$$d \sin \varphi = \pm \frac{k'}{N} \lambda, \quad k' = 1, 2, 3, \dots, \text{крім } k' = 0, N, 2N, \dots$$

4.5. Формула Брегга-Вульфа

$$2d \sin \vartheta = \pm k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

4.6. Кутова дисперсія ґратки

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}$$

4.7. Роздільна здатність ґратки  $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN$ ,  $N$  – кількість щілин ґратки

4.8. Роздільна здатність об'єктива

$$R = \frac{d}{1,22\lambda}, d - \text{діаметр об'єктива.}$$

4.1. Посередині між монохроматичним точковим джерелом і екраном розміщена непрозора площина з круглим отвором. Визначити радіус третьої зони Френеля на екрані, віддаленому від джерела на відстань  $l = 2$  м. Довжина світлової хвилі  $\lambda = 500$  нм.

( 866 мкм )

4.2. Обчислити площі перших трьох зон Френеля, якщо плоска монохроматична хвиля ( $\lambda = 600$  нм) падає нормально на круглий отвір у непрозорій площині, а дифракційна картина спостерігається на відстані  $b = 5$  м від отвору.

(9, 42 мм<sup>2</sup>)

4.3. На круглий отвір діаметра  $D = 5$  мм у непрозорій перешкоді падає нормально плоска монохроматична хвиля  $\lambda = 625$  нм. За отвором на відстані  $b = 2,5$  м розміщено екран. Скільки зон Френеля  $N$  буде відкрито та що – максимум чи мінімум – буде спостерігатися в центрі дифракційної картини?

( $N = 4$ ; мінімум)

4.4. Плоска монохроматична хвиля інтенсивністю  $I_0$  падає нормально на перешкоду з круглим отвором. Визначити інтенсивність  $I$  світла за перешкодою в точці, для якої в отворі вміщується:

- одна зона Френеля;
- зовнішня або внутрішня половина першої зони Френеля;
- половина першої зони Френеля, якщо зона перекрита вздовж діаметра.

( $4I_0$ ;  $2I_0$ ;  $I_0$ )

4.5. На екрані спостерігається дифракційна картина від круглого отвору в непрозорій перешкоді, який освітлюється монохроматичним точковим джерелом. В отворі вміщується одна зона Френеля. Як зміниться освітленість у центрі картини, якщо перешкоду з отвором прибрати?

( зменшиться в 4 рази )

4.6. На круглий отвір у непрозорій перешкоді радіуса  $r = 1$  мм падає нормально паралельний пучок світла із довжиною хвилі  $\lambda = 500$  нм. На якій максимальній відстані  $b_{\max}$  від отвору на екрані в центрі дифракційної картини спостерігатиметься темна пляма?

$$\left( b_{\max} = \frac{r^2}{2\lambda} = 1,0 \text{ м} \right)$$

4.7. Точкове джерело світла із довжиною хвилі  $\lambda = 500$  нм освітлює

діафрагму з отвором радіуса  $r = 1$  мм. Діафрагма переміщується так, що відстань між нею та джерелом змінюється від  $a_1 = 1$  м до  $a_2 = 1,75$  м. Скільки разів спостерігатиметься затемнення в центрі дифракційної картини на екрані, якщо джерело віддалене від нього на відстань  $l = 2$  м?

(3)

**4.8.** Точкове джерело світла з довжиною хвилі  $\lambda = 500$  нм розміщено на відстані  $a = 2$  м перед діафрагмою з отвором радіуса  $r = 1$  мм. Що спостерігається в центрі дифракційної картини на екрані, розміщеному від діафрагми на відстані: а)  $b = \infty$ ; б)  $b = 0,5$  м; в)  $b = 0,22$  м?

( а, б – світла цятка; в) – темна цятка )

**4.9.** Монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda$  падає нормально на щілину шириною  $b = 4\lambda$ . Під яким кутом дифракції  $\varphi$  спостерігається мінімум другого порядку? Яким буде кут дифракції, якщо спостереження проводити в середовищі з показником заломлення  $n = 1,33$ ?

(  $30^\circ$ ;  $22^\circ 8'$  )

**4.10.** Якого найбільшого порядку дифракційний максимум можна спостерігати при нормальному опроміненні щілини шириною  $b = 1,5$  мкм світлом із довжиною хвилі  $\lambda = 500$  нм?

(Другого)

**4.11.** На вузьку щілину падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda = 600$  нм. Визначити ширину щілини  $b$ , якщо друга світла дифракційна смуга спостерігається під кутом  $\varphi = 1^\circ$ .

( 86 мкм )

**4.12.** Довжину хвилі  $\lambda$  випромінювання лазера визначають за допомогою дифракції на щілині ширини  $b = 21$  мкм. Дифракційні смуги спостерігають на екрані, розміщеному у фокальній площині лінзи з фокусною відстанню  $F = 10$  см. Визначити  $\lambda$ , якщо відстань між першими темними дифракційними смугами складає  $\Delta x = 6$  мм.

$$\left( \lambda \approx \frac{b\Delta x}{2F} = 630 \text{ нм} \right)$$

**4.13.** На щілину ширини  $b = 40$  мкм падає плоска монохроматична світлова хвиля з довжиною хвилі  $\lambda = 0,5$  мкм. Визначити ширину  $\Delta x$  центрального дифракційного максимуму на екрані, що розміщений за щілиною на відстані  $L = 0,8$  м від нього.

$$\left( \Delta x = \frac{2\lambda L}{b} = 2 \text{ см} \right)$$

**4.14.** Плоска монохроматична хвиля падає нормально на дифракційну ґратку з кількістю штрихів  $N = 4$ . Період ґратки  $d = 9$  мкм, ширина щілини  $b = 3$  мкм. Якісно показати на графіку кутовий розподіл інтенсивності  $I(\sin \varphi)$  світла, яке пройшло через ґратку. Яка кількість  $m$  головних максимумів міститься у межах центрального максимуму дифракції від щілини? Які головні максимуми  $m'$  не можуть спостерігатися? Чому дорівнює відношення інтенсивності  $I_2$  другого головного максимуму до інтенсивності  $I_0$  центрального максимуму?

$$(m = 5; m' = 3, 6, 9; I_2/I_0 = 0,17)$$

**4.15.** Якісно зобразити дифракційну картину для дифракційної ґратки з трьох щілин, якщо відношення періоду ґратки до ширини щілини дорівнює: а) 2 і б) 3.

**4.16.** Світло падає нормально на дифракційну ґратку з великою кількістю штрихів. Як зміниться відстань між максимумами у дифракційній картині, якщо: у проміжках між штрихами нанести додаткові штрихи; перекрити щілини через одну; перекрити непрозорою перешкодою половину робочої частини ґратки?

( а ) у 2 рази збільшиться; б) в 2 рази зменшиться; в) не зміниться )

**4.17.** У дифракційній ґратці, що по нормалі опромінюється монохроматичним світлом, максимум першого порядку спостерігається під кутом дифракції  $3^\circ$ . Знайти кут дифракції для максимуму третього порядку.

$$(9^\circ)$$

**4.18.** На дифракційну ґратку, що має  $n = 500$  штрихів на міліметр, падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda = 500$  нм. Скільки дифракційних максимумів можна одержати на екрані за допомогою цієї ґратки?

$$(9)$$

**4.19.** При якій максимальній довжині світлової хвилі  $\lambda$  можна спостерігати дифракцію на ґратці з періодом  $d$ , якщо промені падають: нормально; похило?

$$( а ) \lambda = d; \quad б) \lambda = 2d )$$

**4.20.** У разі освітлення дифракційної ґратки білим світлом ( $\lambda = (400 \div 750)$  нм) спектри другого та третього порядку частково накладаються. Визначити не перекритий інтервал хвиль у спектрі другого порядку.

$$((400 \div 600) \text{ нм } )$$

**4.21.** На дифракційну ґратку, з періодом  $d = 4$  мкм падає нормально випромінювання від водневої газорозрядної трубки. За ґраткою розташована лінза з фокусною відстанню  $f = 0,4$  м, у фокальній площині якої розміщено

екран. Знайти, на якій відстані  $\Delta x$  одна від одної розміщуються на екрані спектральні лінії  $\lambda_1 = 656$  нм і  $\lambda_2 = 486$  нм у спектрі третього порядку?

( 7,04 см )

**4.22.** На дифракційну ґратку падає по нормалі випромінювання від розрядної трубки з криптоном. П'ятий дифракційний максимум для зеленої лінії, довжина хвилі якої  $\lambda_1 = 566$  нм, спостерігається під кутом  $\varphi_1 = 34^\circ 30'$ . Визначити кутову відстань  $\Delta\varphi$  між зеленою ( $\lambda_1 = 566$  нм) та фіолетовою ( $\lambda_2 = 404$  нм) лініями у спектрі третього порядку.

(  $5^\circ 54'$  )

**4.23.** Знайти довжину хвилі монохроматичного світла, що падає по нормалі на дифракційну ґратку з періодом  $d = 2,2$  мкм, якщо кут між напрямками на максимума першого та другого порядку дорівнює  $\Delta\varphi = 15^\circ$ .

$$\left( \frac{d \sin \Delta\varphi}{\sqrt{5 - 4 \cos \Delta\varphi}} = 534 \text{ нм} \right)$$

**4.24.** Період дифракційної ґратки  $d = 2,5$  мкм. Визначити кутову дисперсію  $D_\varphi$  (рад/нм) ґратки для довжини хвилі  $\lambda = 461$  нм у спектрі першого порядку. Обчислити також лінійну дисперсію  $D_l$  (мм/нм), якщо спектр проектується на екран лінзою з фокусною відстанню  $f = 1,6$  м

$$\left( D_\varphi = \frac{1}{d \sqrt{1 - (\lambda/d)^2}} = 4,07 \cdot 10^{-4} \text{ рад/нм}; D_l = 0,65 \text{ мм/нм} \right)$$

**4.25.** Визначити роздільну здатність  $R$  об'єктива діаметром  $D = 5$  см та мінімальну відстань  $\Delta h$  між двома точками, віддаленими на  $l = 3$  км від об'єктива, які він може розділити. Довжину світлової хвилі прийняти  $\lambda = 0,55$  мкм

(  $R = 7,45 \cdot 10^4$ ;  $\Delta h = 4$  см )

**4.26.** Визначити кутову дисперсію  $D_\varphi$  дифракційної ґратки для довжини хвилі  $\lambda = 589$  нм, якщо кут дифракції  $\varphi = 10^\circ$ .

(  $3 \cdot 10^{-4}$  рад/нм )

**4.27.** На дифракційну ґратку довжини  $l = 2$  см по нормалі падає червоне світло  $\lambda = 0,65$  мкм. Дифракцію спостерігають на екрані, що розміщений у фокальній площині лінзи із фокусною відстанню  $f = 50$  см. При цьому кут дифракції для максимуму третього порядку складає  $\varphi = 30^\circ$ . Обчислити сталу  $d$  ґратки, а також її роздільну здатність  $R$  і лінійну дисперсію  $D_l$  (мм/нм) у спектрі третього порядку для вказаного світла.

$$(d = 3\lambda / \sin \varphi = 3,9 \text{ мкм}; R = 3l/d = 1,54 \cdot 10^4; D_l = f \tan \varphi / \lambda = 0,44 \text{ мм/нм})$$



**4.28.** Період дифракційної ґратки  $d = 0,01$  мм. Яку найменшу кількість штрихів та робочу довжину повинна мати ця ґратка, щоби за її допомогою можна було спостерігати розділені компоненти жовтого дублета натрію  $\lambda_1 = 589,0$  нм і  $\lambda_2 = 589,5$  нм у спектрах: а) першого та б) другого порядків?  
( а) 982, 9,8 мм; б) 491, 4,9 мм )

**4.29.** Якою має бути мінімальна довжина робочої частини дифракційної ґратки, щоби вона у спектрі другого порядку розділяла компоненти дублетної лінії  $\lambda_1 = 313,156$  нм і  $\lambda_2 = 313,184$  нм у спектрі атомів ртуті? Період ґратки  $d = 2$  мкм.  
( 1,12 см )

**4.30.** Довжина робочої частини дифракційної ґратки  $l = 2$  см, період ґратки  $d = 2,5$  мкм. Визначити роздільну здатність  $R$  ґратки в спектрі третього порядку. Яка найменша різниця довжин хвиль  $\delta\lambda$  двох ліній, що розділяються, у зеленій ділянці спектра ( $\lambda = 550$  нм)?  
( 24000; 0,02 нм )

**4.31.** Чому мають дорівнювати мінімальна кількість штрихів і робоча довжина дифракційної ґратки з періодом 10 мкм, щоби вона в спектрі другого порядку розділяла лінії з довжинами хвилі  $\lambda_1 = 500,0$  нм і  $\lambda_2 = 500,1$  нм?  
( 2500; 2,5 см )

**4.32.** При відбиванні рентгенівських променів від природньої грані монокристала NaCl дифракційний максимум другого порядку спостерігається під кутом ковзання  $11^\circ 30'$ . Обчислити довжину хвилі рентгенівського випромінювання, якщо період кристалічної ґратки в NaCl складає 280 пм.  
( 55,8 пм )

**4.33.** Чи будуть спостерігатися дифракційні максимуми при відбиванні від кристала рентгенівських променів із довжинами хвилі в інтервалі  $95 \div 130$  пм, якщо відстань між атомними площинами кристала дорівнює  $d = 275$  пм?  
( так )

**4.34.** На поверхню монокристала гіпсу, відстань між атомними площинами котрого складає 0,303 нм, падає рентгенівське випромінювання. При куті падіння  $75^\circ 31'$  у відбитих променях спостерігається дифракційний максимум першого порядку. Обчислити довжину хвилі  $\lambda$  рентгенівського випромінювання.  
( 151,7 пм )

## 5. Поляризація та дисперсія світла

### 5.1. Ступінь поляризації світла

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

### 5.2. Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \varphi$$

### 5.3. Формули Френеля

$$\frac{E_{\perp\text{в}}}{E_{\perp\text{н}}} = -\frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad \frac{E_{\perp\text{з}}}{E_{\perp\text{н}}} = \frac{2 \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} = \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)},$$

$$\frac{E_{\parallel\text{в}}}{E_{\parallel\text{н}}} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} = \frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}, \quad \frac{E_{\parallel\text{з}}}{E_{\parallel\text{н}}} = \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)} = \frac{4 \cos \alpha \sin \beta}{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}$$

### 5.4. Кут Брюстера

$$\vartheta_{\text{Б}} = \operatorname{arctg} \frac{n_2}{n_1}$$

### 5.5. Фазова $v$ та групова $u$ швидкості

$$v = \frac{\omega}{k}, \quad u = \frac{d\omega}{dk}$$

### 5.6. Формули Релея

$$u = v + k \frac{dv}{dk}, \quad u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

**5.1.** Природне світло після проходження крізь два ідеальні поляризатори втрачає 75% інтенсивності. Визначити кут між площинами пропускання поляризаторів.

( 45° )

**5.2.** Природне світло інтенсивності  $I_0$  падає на систему з  $N = 6$  ідеальних поляризаторів, площина пропускання кожного з яких повернута на кут  $\varphi = 30^\circ$  відносно площини пропускання попереднього поляризатора. Знайти інтенсивність світла  $I$  на виході системи.

$$\left( I = \frac{1}{2} (\cos \varphi)^{2(N-1)} = 0,12 I_0 \right)$$

**5.3.** Крізь один поляризатор проходить  $\eta_1 = 30\%$  інтенсивності падаючого природнього світла, а крізь два таких поляризатори –  $\eta_2 = 13,5\%$ . Знайти кут між площинами пропускання поляризаторів.

$$\left( \varphi = \arccos \left( \frac{\sqrt{\eta_2/2}}{\eta_1} \right) = 30^\circ \right)$$

**5.4.** Природнє світло падає на систему з  $n = 5$  недосконалих поляризаторів, площа пропускання кожного з яких повернута на кут  $\varphi = 60^\circ$  відносно площини пропускання попереднього поляризатора. У скільки разів  $\eta$  інтенсивність світла на виході системи буде менша, ніж на вході, якщо в кожному поляризаторі через відбивання та поглинання втрачається  $k = 10\%$  інтенсивності падаючого на нього світла?

$$(\eta = 2(1 - k)^{-n} (\cos \varphi)^{-2(n-1)} = 867)$$

**5.5.** Пучок природнього світла падає зі скла ( $n_1 = 1,5$ ) на воду ( $n_2 = 1,33$ ) під кутом Брюстера. Знайти кут між напрямками падаючого та заломленого променів.

$$(48^\circ 26')$$

**5.6.** Промінь світла, що лінійно поляризований в площині падіння, падає з води ( $n_1 = 1,33$ ) на поверхню скляної ( $n_2 = 1,5$ ) пластини. При якому куті падіння промінь не буде відбиватися від пластини?

$$(48^\circ 26')$$

**5.7.** При якій висоті Сонця над горизонтом  $\varphi$  світло, відбите від поверхні води ( $n = 1,33$ ) буде максимально поляризоване?

$$(\varphi = \operatorname{arctg} n \approx 37^\circ)$$

**5.8.** Граничний кут повного відбивання на межі скло-повітря дорівнює  $45^\circ$ . Знайти кут Брюстера для скла.

$$(54^\circ 44')$$

**5.9.** Ступінь поляризації у світловому пучку  $P = 0,25$ . Знайти відношення  $\eta = I_{\text{пр}}/I$  інтенсивностей природньої  $I_{\text{пр}}$  та поляризованої  $I$  компоненти в пучку.

$$\left( \eta = \frac{1}{P} - 1 = 3 \right)$$

**5.10.** Природнє світло падає на поверхню води ( $n = 1,33$ ) під кутом Брюстера. Визначити за допомогою формул Френеля коефіцієнт відбивання світла  $R$  від поверхні води та ступінь поляризації  $P$  світла, що пройшло крізь поверхню.

$$\left( R = \frac{1}{2} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^2 \approx 4\%; \quad P = \frac{(n^2 + 1)^2 - 4n^2}{(n^2 + 1)^2 + 4n^2} = 4\% \right)$$

**5.11.** Природнє світло падає під кутом Брюстера на скляну ( $n = 1,5$ ) пластину. Визначити за допомогою формул Френеля коефіцієнт відбивання пластини  $R$  та ступінь поляризації  $P$  заломленого світла.

$$\left( R = \frac{1}{2} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^2 = 7,4\%; \quad P = \frac{(n^2 + 1)^2 - 4n^2}{(n^2 + 1)^2 + 4n^2} = 8\% \right)$$

**5.12.** На поверхню скла під кутом  $45^\circ$  падає природнє світло. Визначити за допомогою формул Френеля ступінь поляризації відбитого та заломленого світла.

$$(83\%; 4,4\%)$$

**5.13.** На одноосний кристал нормально падає плоскополяризоване світло. Кут між площиною поляризації та головним перерізом кристала дорівнює  $\alpha$ . Знайти відношення інтенсивностей звичайного та незвичайного променів  $\eta = I_z/I_n$ .

$$(\eta = \operatorname{tg}^2 \alpha)$$

**5.14.** Природнє світло падає перпендикулярно на пластинку кварцу товщиною  $d = 0,02$  мм, що вирізана паралельно оптичній осі. Обчислити оптичну різницю ходу звичайного і незвичайного променів на виході з пластинки, якщо показники заломлення звичайного та незвичайного променів складають  $n_z = 1,5442$ ,  $n_n = 1,5533$ .

$$(3,44 \text{ мкм})$$

**5.15.** Лінійно поляризоване світло ( $\lambda = 585$  нм) падає на пластинку, вирізану з одноосного кристала паралельно до оптичної осі. При якій найменшій товщині пластинки різниця фаз між звичайним і незвичайним променями на виході дорівнюватиме  $\pi/2$ , якщо показники заломлення звичайного та незвичайного променів дорівнюють  $n_z = 1,658$ ,  $n_n = 1,486$ ?

$$(d = \lambda/4(n_z - n_n) = 0,85 \text{ мкм})$$

**5.16.** Визначити зв'язок між груповою швидкістю світла  $u$  та показником заломлення  $n$  для середовища з відомою залежністю показника заломлення від довжини світлової хвилі  $n = n(\lambda)$ .

$$\left( u = \frac{c}{n} \left( 1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right) \right)$$

**5.17.** Визначити зв'язок між груповою швидкістю світла  $u$  та показником заломлення  $n$  для середовища з відомою залежністю показника заломлення від частоти світла  $n = n(\omega)$ .

$$\left( u = \frac{c}{n} \left( 1 + \frac{\omega}{n} \frac{dn}{d\omega} \right)^{-1} \right)$$

**5.18.** Довести, що дотична до графіка залежності фазової швидкості від довжини хвилі  $v = v(\lambda)$  відсікає на осі ординат величину групової швидкості  $u$  при відповідному значенні довжини хвилі  $\lambda$ .

**5.19.** Знайти зв'язок між груповою  $u$  та фазовою  $v$  швидкостями хвилі, якщо закон дисперсії має вигляд: а)  $v = \alpha/\sqrt{\lambda}$ ; б)  $v = \alpha k$ ; в)  $v = \alpha/\omega^2$ ;  $\lambda, k, \omega$  – відповідно, довжина хвилі, хвильове число та частота,  $\alpha = \text{const}$ .

$$(a) u = 3v/2; \quad б) u = 2v; \quad в) u = v/3.)$$

## Квантова фізика

### 6. Корпускулярні властивості електромагнітного випромінювання

6.1. Енергія та імпульс фотона

$$\mathcal{E} = \hbar\omega = h\nu, \quad p = \frac{\mathcal{E}}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}.$$

6.2. Формула Планка

$$u_\omega = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3} \cdot \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}.$$

6.3. Закон Стефана-Больцмана

$$R = \sigma T^4, \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К}^4).$$

6.4. Закон зміщення Віна

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

6.5. Рівняння Ейнштейна для фотоефекту

$$\hbar\omega = A + \frac{mv^2}{2}.$$

6.6. Короткохвильова межа суцільного рентгенівського спектра

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{eU}.$$

6.7. Комптонівський зсув

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\vartheta) = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\vartheta}{2}.$$

### Фотони

**6.1.** Обчислити енергію (еВ) та імпульс фотона ультрафіолетового світла з довжиною хвилі 380 нм

$$(3,27 \text{ еВ}, 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ кгм/с})$$

**6.2.** Обчислити довжину хвилі та імпульс фотона з енергією 1 МеВ. У скільки разів відрізняється імпульс цього фотона від імпульсу електрона із такою самою кінетичною енергією?

$$(1,24 \text{ пм}, 5,3 \cdot 10^{-22} \text{ кгм/с}, \approx 1,7)$$

**6.3.** Енергія фотона дорівнює 3,0 еВ. З якою швидкістю має рухатись електрон, аби його імпульс дорівнював імпульсу цього фотона?

$$(\approx 10^6 \text{ м/с})$$

**6.4.** У пучку монохроматичного світла енергія фотона складає 2,76 еВ. Чому дорівнює довжина хвилі цього світла у склі з показником заломлення 1,5?

$$(300 \text{ нм}).$$

**6.5.** На якій довжині хвилі працює імпульсний рубіновий лазер, якщо тривалість імпульсу 4 мс, його потужність 1,43 кВт, і в імпульсі випускається  $2 \cdot 10^{19}$  фотонів?

$$(694 \text{ нм})$$

**6.6.** Чутливість сітківки ока людини на довжині хвилі 600 нм (жовте світло) становить  $3,3 \cdot 10^{-18}$  Вт. Яка мінімальна кількість фотонів має щосекунди падати на сітківку, аби людина відчувала це світло ?

$$(10)$$

**6.7.** На поверхню падає пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі 662 нм. Скільки фотонів потрапляє на цю поверхню за 4 с, якщо потік енергії в пучку дорівнює 0,3 Вт?

$$(4 \cdot 10^{18})$$

**6.8.** Пучок світла падає нормально на плоску дзеркальну поверхню. З якою силою тисне світло на цю поверхню, якщо потік енергії в пучку складає 0,6 Вт?

$$(4 \text{ нН})$$

**6.9.** Пучок світла з довжиною хвилі  $\lambda = 500$  нм, який падає нормально на чорну поверхню, створює тиск  $P = 10$  мкПа. Знайти концентрацію  $n$  фотонів в пучку.

$$\left( n = \frac{p\lambda}{hc} = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3} \right)$$

**6.10.** Потік світла з довжиною хвилі  $\lambda = 490$  нм, який падає нормально на поверхню з коефіцієнтом відбивання  $\rho = 0,25$ , створює тиск  $p = 4,9$  мкПа. Визначити концентрацію  $n$  фотонів в потоці.

$$\left( n = \frac{p\lambda}{(1 + \rho)hc} = 9,7 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-3} \right)$$

**6.11.** Світло з довжиною хвилі  $\lambda = 662$  нм, яке падає нормально на поверхню з коефіцієнтом відбивання  $\rho = 0,8$ , створює тиск  $p = 1,0$  мкПа. Яку кількість фотонів  $n$  поглинає  $S = 1$  см<sup>2</sup> поверхні за  $t = 1$  с?

$$\left( n = \frac{p\lambda St}{h} \cdot \frac{1-\rho}{1+\rho} = 10^{21} \right)$$

**6.12.** Паралельний пучок світла, падає під кутом  $\vartheta = 60^\circ$  на плоску поверхню з коефіцієнтом відбивання  $\rho = 0,6$ . Визначити тиск світла на поверхню, якщо об'ємна густина енергії в пучку  $w = 10$  мкДж/м<sup>3</sup>.

$$(p = w(1 + \rho) \cos^2 \vartheta = 4 \text{ мкПа}).$$

**6.13.** Під яким кутом падають промені світла з інтенсивністю  $0,3$  Вт/см<sup>2</sup> на плоску поверхню з коефіцієнтом відбивання  $0,6$ , якщо вони створюють тиск  $4$  мкПа?

$$(60^\circ).$$

**6.14.** Лазерний імпульс з енергією  $E = 7,5$  Дж падає під кутом  $\theta = 30^\circ$  на пластинку з коефіцієнтом відбивання  $\rho = 0,6$ . Який імпульс передається пластинці?

$$\left( |\Delta\vec{p}| = \frac{E}{c} \sqrt{1 + \rho^2 + 2\rho \cos 2\theta} = 3,5 \cdot 10^{-8} \text{ кгм/с} \right)$$

### *Теплове випромінювання*

**6.15.** Відомо, що максимум інтенсивності у спектрі випромінювання Сонця припадає на довжину хвилі  $500$  нм. Уважаючи Сонце абсолютно чорним тілом, визначити його енергетичну світність.

$$(64 \text{ МВт/м}^2)$$

**6.16.** Відомо, що максимум інтенсивності у спектрі випромінювання Сонця припадає на довжину хвилі  $500$  нм. Уважаючи Сонце абсолютно чорним тілом, визначити потік енергії, що його випромінює Сонце. Радіус Сонця прийняти  $7 \cdot 10^8$  м.

$$(\approx 4 \cdot 10^{26} \text{ Вт}).$$

**6.17.** Виходячи з того, що максимум інтенсивності у спектрі випромінювання Сонця припадає на довжину хвилі  $500$  нм, визначити: а) яку масу внаслідок випромінювання втрачає Сонце за  $1$  с; б) проміжок часу, за який Сонце втратило б  $1\%$  своєї маси за незмінних умов випромінювання. Сонце вважати абсолютно чорним тілом, радіус і масу Сонця прийняти рівними  $7 \cdot 10^8$  м і  $2 \cdot 10^{30}$  кг.

$$(а) 4 \text{ млн. т; б) } 5 \cdot 10^{18} \text{ с} \approx 1,6 \cdot 10^{11} \text{ років})$$

**6.18.** Потік енергії випромінювання з оглядового віконця плавильної печі площею  $6 \text{ см}^2$  дорівнює  $34 \text{ Вт}$ . Яка температура в печі?

(1000 К)

**6.19.** Температура верхніх шарів зірки дорівнює  $10^4 \text{ К}$ . Який потік енергії випромінює  $1 \text{ км}^2$  її поверхні? Зірку вважати абсолютно чорним тілом.

( $\approx 57 \cdot 10^9 \text{ Вт}$ ).

**6.20.** Яку потужність повинна мати піч для того, щоб підтримувати сталу температуру  $1773 \text{ }^\circ\text{C}$  розплавленої платини площею вільної поверхні  $1 \text{ см}^2$ ? Платину вважати абсолютно чорним тілом, втратами енергії, не пов'язаними з випромінюванням поверхні, знехтувати.

( $\approx 29 \text{ Вт}$ )

**6.21.** Розплавлена платина має температуру  $1773 \text{ }^\circ\text{C}$ . На якій довжині хвилі інтенсивність випромінювання платини є максимальною? Платину вважати абсолютно чорним тілом.

(1,4 мкм).

**6.22.** Температура нитки розжарювання електричної лампи  $\approx 2000 \text{ }^\circ\text{C}$ . Якій довжині хвилі відповідає максимум інтенсивності у спектрі випромінювання лампи? Нитку розжарювання електричної лампи вважати абсолютно чорним тілом.

(1,27 мкм).

**6.23.** Якій довжині хвилі відповідає максимум інтенсивності у спектрі випромінювання чорної пластинки, нагрітої до температури  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ ?

( $\approx 7,7 \text{ мкм}$ )

### ***Фотоефект. Гальмівне рентгенівське випромінювання***

**6.24.** Фотоелемент опромінюють світлом однієї частоти один раз із інтенсивністю  $I_1$ , а інший – з інтенсивністю  $I_2 = 2I_1$ , і в кожному випадку вимірюють вольт-амперну характеристику (ВАХ). Показати отримані ВАХ на одному кресленні.

**6.25.** Два фотоелементи з катодами із металів з роботами виходу  $A_2 > A_1$  опромінюють світлом однієї частоти так, що струми насичення однакові. Зобразити вольт-амперні характеристики фотоелементів на одному кресленні.

**6.26.** Фотоелемент опромінюють світлом червоної межі. Показати вольт-амперну характеристику фотоелемента.



**6.27.** Фотоелемент опромінюють світлом один раз із частотою  $\omega_1 = 2\omega_0$ , а другий раз – із частотою  $\omega_2 = 4\omega_0$  ( $\omega_0$  – червона межа фотоелементу). Показати отримані ВАХ на одному кресленні за умови, що струми насичення в обох випадках однакові.

**6.28.** До якого максимального потенціалу зарядиться відокремлена мідна кулька ( $A = 4,47$  еВ) при її опроміненні ультрафіолетовим світлом із довжиною хвилі  $140$  нм?

(4,4 В).

**6.29.** Визначити максимальну швидкість фотоелектронів, які вилітають із металу при його опроміненні  $\gamma$ -квантами з енергією  $1,53$  МеВ.

( $2,9 \cdot 10^6$  м/с)

**6.30.** Визначити червону межу фотоелементу для цинку та максимальну швидкість фотоелектронів, якщо поверхню цинку ( $A = 3,74$  еВ) опромінюють світлом із довжиною хвилі  $250$  нм.

(332 нм;  $6,6 \cdot 10^5$  м/с)

**6.31.** Чи буде спостерігатися фотоелемент при опроміненні цинку ( $A = 3,74$  еВ) видимим світлом ( $400 \leq \lambda \leq 750$ ) нм?

(Ні)

**6.32.** Який відсоток енергії фотона витрачається на роботу виходу електрона з металу, якщо червона межа фотоелементу складає  $414$  нм, а затримуюча напруга  $2,0$  В?

(60%)

**6.33.** При опроміненні металу максимальна швидкість фотоелектронів дорівнює  $2,0 \cdot 10^5$  м/с. На скільки зміниться швидкість фотоелектронів при опроміненні цього металу світлом із частотою більшою на  $2 \cdot 10^{13}$  Гц?

( $6 \cdot 10^4$  м/с)

**6.34.** У скільки разів змінюється затримуюча напруга фотоелементу при збільшенні швидкості фотоелектронів у два рази?

(4)

**6.35.** Фотоелемент опромінюють світлом з енергією фотонів  $2,0$  еВ. Знайти роботу виходу електронів із катода, якщо при збільшенні енергії фотонів у 2 рази затримуюча напруга фотоелементу зростає в 5 разів.

(1,5 еВ)

**6.36.** При опроміненні металу з роботою виходу електрона  $4,0$  еВ світлом деякої довжини хвилі затримуюча напруга становить  $1,0$  В. Якою стане затримуюча напруга, якщо довжину хвилі світла зменшити в 2 рази?

(6,0 В)

**6.37.** Фотоелемент по чергово опромінюють світлом із частотою  $\nu_1 = 3\nu_0$  та  $\nu_2 = 4\nu_0$  ( $\nu_0$  – червона межа). Як співвідносяться кінетичні енергії вирваних електронів  $K_1 : K_2$ ?

(2 : 3)

**6.38.** При по черговому опромінненні фотоелемента світлом із довжиною хвилі спочатку 355 нм, а потім 0,46 мкм виявили, що кінетичні енергії фотоелектронів відрізняються в 2 рази. Знайти роботу виходу електронів із катода.

(1,9 eВ)

**6.39.** При по черговому опромінненні металу світлом спочатку із заданою довжиною хвилі  $\lambda$ , а потім –  $n\lambda$ , виявили, що швидкості фотоелектронів теж відрізняються в  $n$  разів. Знайти червону межу  $\lambda_0$  фотоелемента для цього металу.

( $\lambda_0 = (n + 1) \lambda$ )

**6.40.** Скільки фотонів падає на фотокатод за 1 с, якщо при цьому струм насичення фотоелемента дорівнює 0,32 мкА? Прийняти, що електрон вибиває кожен п'ятий падаючий фотон.

( $10^{13}$ )

**6.41.** Ультрафіолетове світло із довжиною хвилі 300 нм падає на фотоелемент, який працює в режимі насичення. Спектральна чутливість фотоелемента  $j = 4,8$  мА/Вт. Знайти квантовий вихід фотоелемента, тобто кількість фотоелектронів, яка припадає на кожен 100 падаючих фотонів.

( $n = \frac{hcj}{e\lambda} = 2$ ).

**6.42.** На поверхню літію ( $A = 2,39$  eВ) падає випромінювання, напруженість електричного поля якого змінюється за законом  $E = E_0(1 + \cos \omega t) \cos \omega_0 t$ , де  $E_0 = \text{const}$ ,  $\omega = 6,0 \cdot 10^{14}$  1/с,  $\omega_0 = 3,6 \cdot 10^{15}$  1/с. Чи буде спостерігатися фотоелемент і, якщо так, то з якою буде максимальна швидкість фотоелектронів?

(так;  $\approx 3,7 \cdot 10^5$  м/с)

**6.43.** При збільшенні напруги на рентгенівській трубці у 1,5 рази довжина хвилі короткохвильової межі суцільного рентгенівського спектра змінюється на 26 пм. Знайти початкову напругу на рентгенівській трубці.

(16 кВ).

**6.44.** Визначити короткохвильову межу  $\lambda_0$  гальмівного випромінювання рентгенівської трубки, якщо електрони налітають на анод із швидкістю  $v = 0,85c$ , де  $c$  – гранична швидкість.

( $\lambda_0 = \frac{h}{(\gamma - 1)mc}$ , де  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ ,  $m$  – маса електрона;  $\lambda_0 = 2,8$  пм)

**6.45.** З якою швидкістю  $v$  налітають електрони на анод рентгенівської трубки, якщо короткохвильова межа спектра гальмівного випромінювання  $\lambda_0 = h/mc$ , де  $m$  – маса електрона?

$$\left( v = \frac{\sqrt{3}}{2}c = 2,67 \cdot 10^8 \text{ м/с} \right)$$

**6.46.** Вузкий пучок рентгенівських променів від рентгенівської трубки падає на монокристал NaCl. Мінімальний кут ковзання, при якому ще спостерігається дзеркальне відбивання від системи кристалічних площин із відстанню між ними  $d = 0,28$  нм, дорівнює  $\alpha = 4,1^\circ$ . Чому дорівнює напруга  $U$  на рентгенівській трубці?

$$\left( U = \frac{hc}{4ed \sin \alpha} = 31 \text{ кВ} \right)$$

### *Ефект Комптона*

**6.47.** В ефекті Комптона довжини хвиль зміщених компонент випромінювання, розсіяного під кутами  $60^\circ$  та  $120^\circ$ , відрізняються одна від одної в 2 рази. Знайти довжину хвилі випромінювання, що падає на мішень.  
(1,21 пм).

**6.48.** Визначити максимальну довжину хвилі розсіяного випромінювання в ефекті Комптона, якщо енергія налітаючих на мішень фотонів дорівнює 1,0 МеВ.  
(6 пм)

**6.49.** В ефекті Комптона розсіюється фотон, що має енергію  $\mathcal{E} = 1,0$  МеВ. Визначити кінетичну енергію електрона віддачі, якщо внаслідок розсіювання довжина хвилі фотона змінилась на  $\eta = 25\%$ .

$$\left( K = \frac{\eta \mathcal{E}}{1 + \eta} = 0,2 \text{ МеВ} \right)$$

**6.50.** Визначити імпульс електрона віддачі в явищі Комптона, якщо фотон, розсіяний під кутом  $180^\circ$ , мав енергію, рівну енергії спокою електрона.

$$\left( p = \frac{4mc}{3} = 3,64 \cdot 10^{-22} \text{ кгм/с} \right)$$

**6.51.** Фотон довжини хвилі  $\lambda = 6,0$  пм розсіявся під прямим кутом на вільному нерухомому електроні. Визначити частоту  $\omega'$  розсіяного фотона та

кінетичну енергію електрона віддачі  $K$ . Комптонівська довжина хвилі електрона  $\lambda_c = 2,43$  пм.

$$\left( \omega' = \frac{2\pi c}{\lambda + \lambda_c} = 2,2 \cdot 10^{20} \text{ с}^{-1}; \quad K = \frac{hc}{\lambda(1 + \lambda/\lambda_c)} = 60 \text{ кеВ} \right)$$

**6.52.** Фотон розсіявся під кутом  $\theta = 120^\circ$  на вільному нерухомому електроні. Внаслідок цього електрон одержав кінетичну енергію  $K = 0,45$  МеВ. Визначити енергію фотона  $\mathcal{E}$  до розсіювання.

$$\left( \mathcal{E} = \frac{K}{2} \left( \sqrt{1 + 2mc^2 / K \sin^2(\theta/2)} \right) = 0,68 \text{ МеВ} \right)$$

**6.53.** Фотон з енергією  $\mathcal{E} = 0,75$  МеВ розсіявся під кутом  $\theta = 60^\circ$  на вільному нерухомому електроні. Визначити енергію  $\mathcal{E}'$  розсіяного фотона.

$$\left( \mathcal{E}' = \frac{\mathcal{E}}{1 + \mathcal{E}(1 - \cos\theta) / mc^2} \approx 0,43 \text{ МеВ} \right)$$

**6.54.** Фотон з енергією  $\mathcal{E} = 0,75$  МеВ розсіявся під кутом  $\theta = 60^\circ$  на вільному нерухомому електроні. Визначити кінетичну енергію  $K$  електрона віддачі.

$$\left( K = \frac{\mathcal{E}}{1 + mc^2 / \mathcal{E}(1 - \cos\theta)} \approx 0,32 \text{ МеВ} \right)$$

**6.55.** Фотон з енергією  $\mathcal{E} = 0,75$  МеВ розсіявся під кутом  $\theta = 60^\circ$  на вільному нерухомому електроні. Під яким кутом  $\varphi$  до напрямку руху падаючого фотона відлетів електрон віддачі?

$$\left( \text{tg } \varphi = \frac{c \text{tg}(\theta/2)}{1 + (\mathcal{E} / mc^2)} = 0,7; \quad \varphi \approx 35^\circ \right)$$

## 7. Хвильові властивості частинок

7.1. Співвідношення де-Бройля

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

7.2. Співвідношення невизначеностей (нерівності Гайзенберга)

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar;$$

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar.$$

7.3. Середнє значення характеристики мікрочастинки  $F(x)$ , залежної від координати

$$\langle F(x) \rangle = \int F(x) |\psi(x)|^2 dx$$

## Хвилі де-Бройля

7.1. Знайти довжину хвилі де Бройля для: а) електрона при швидкості  $10^6$  м/с; б) молекули водню при швидкості 200 м/с; у) кульки масою  $m = 1$  г при швидкості 1 см/с.

$$(a) 7,3 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \quad (б) 1,98 \cdot 10^{-9} \text{ м}; \quad (в) 6,6 \cdot 10^{-29} \text{ м})$$

7.2. Показати, що довжина хвилі електромагнітного випромінювання дорівнює дебройлівській довжині хвилі фотона.

7.3. При якій швидкості електрона його довжина хвилі де Бройля дорівнюватиме: а) 500 нм (видима область спектра); б) 0,1 нм (рентгенівська область)?

$$(a) 1,46 \cdot 10^3 \text{ м/с}; \quad (б) 0,73 \cdot 10^7 \text{ м/с})$$

7.4. Знайти довжину хвилі де Бройля молекул водню, що відповідає їх найбільш імовірній швидкості при кімнатній температурі.

$$(128 \text{ пм})$$

7.5. Знайти довжину хвилі де Бройля а) електрона та б) протона, що прискорені напругою  $U = 1$  кВ.

$$(a) 39 \text{ пм}; \quad (б) 0,91 \text{ пм})$$

7.6. Яку прискорюючу різницю потенціалів  $U$  має пройти електрон, аби його довжина хвилі де Бройля дорівнювала 0,1 нм?

$$(150 \text{ В})$$

7.7. Визначити довжину хвилі де Бройля електрона з кінетичною енергією 5 кеВ.

$$(17,4 \text{ пм})$$

7.8. Протон рухається по колу радіусу 0,5 см в однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 8$  мТл. Визначити довжину хвилі де Бройля протона.

$$(0,1 \text{ нм})$$

7.9. Отримати вираз для довжини хвилі де Бройля  $\lambda_D$  релятивістської частинки маси  $m_0$ , яка має кінетичну енергію  $K$ .

$$\left( \lambda_D = h / \sqrt{2m_0 K (1 + K / 2m_0 c^2)} \right)$$

7.10. Знайти кінетичну енергію  $K$  електрона із дебройлівською довжиною хвилі, що дорівнює його комптонівській довжині хвилі.

$$(K = (\sqrt{2} - 1)m_0 c^2 = 0,21 \text{ MeV})$$

**7.11.** Обчислити довжину хвилі де Бройля  $\lambda_D$  релятивістських електронів, які підлітають до антикатада рентгенівської трубки, коли довжина хвилі короткохвильової межі гальмового рентгенівського спектра  $\lambda = 10$  пм.

$$\left(\lambda_D = \lambda / \sqrt{1 + m_0 c \lambda / \pi \hbar} = 3,3 \text{ пм}\right)$$

**7.12.** Паралельний пучок електронів, які рухаються із швидкістю  $10^6$  м/с, падає нормально на діафрагму з довгою щілиною ширини 1 мкм. Знайти ширину центрального максимуму (відстань між першими дифракційними мінімумами) на екрані, розташованому на відстані  $l = 50$  см від щілини.

$$(0,72 \text{ мм}).$$

**7.13.** З якою швидкістю повинні рухатися електрони в умовах попереднього завдання, аби відстань на екрані між другими дифракційними мінімумами дорівнювала 2,9 мм?

$$(5 \cdot 10^5 \text{ м/с})$$

**7.14.** Паралельний пучок електронів, прискорених різницею потенціалів 25 В, падає нормально на діафрагму з двома вузькими щілинами, відстань між якими  $d = 50$  мкм. Визначити відстань між сусідніми інтерференційними максимумами на екрані, розташованому на відстані  $l = 100$  см від щілин.

$$(4,9 \text{ мкм})$$

**7.15.** Паралельний пучок монохроматичних електронів, які пройшли прискорюючу напругу  $U$ , падає нормально на діафрагму з двома вузькими щілинами, за якою на відстані 75 см розміщений екран. Відстань між щілинами  $d = 25$  мкм. Знайти величину  $U$ , якщо відстань між сусідніми максимумами інтерференційної картини на екрані дорівнює 7,5 мкм.

$$(24 \text{ В})$$

**7.16.** Вузький пучок електронів з кінетичною енергією  $K = 180$  еВ падає на грань монокристала нікелю. Відстань між кристалічними площинами, паралельними даній грані,  $d = 0,21$  нм. При цьому спостерігається максимум відбивання 4-го порядку. Знайти кут ковзання  $\theta$ , під яким електрони падають на кристал.

$$\left(\theta = \arcsin(2h / d \sqrt{2mK}) \approx 60^\circ\right)$$

**7.17.** Пучок електронів з кінетичною енергією  $K = 180$  еВ падає нормально на поверхню монокристала нікелю.  $U$  напрямі, що становить кут  $\alpha = 55^\circ$  з нормаллю до цієї поверхні, спостерігається максимум відбивання 4-го порядку від деякої системи кристалічних площин. Знайти відстань  $d$  між цими кристалічними площинами.

$$\left(d = 2h / \sqrt{2mK} \cos(\alpha / 2) \approx 0,21 \text{ нм}\right)$$

**7.18.** Пучок електронів, прискорених деякою напругою  $U_0$ , падає під кутом ковзання  $\theta = 30^\circ$  на природну грань монокристала алюмінію з відстанню між паралельними їй кристалічними площинами  $d = 0,20$  нм. При цьому спостерігається максимум дзеркального відбивання. Відтак, не змінюючи кута, збільшують прискорюючу напругу, і при  $U = \eta U_0$  спостерігають наступний максимум відбивання. Визначити  $U_0$ , якщо  $\eta = 2,25$ .

$$\left( U_0 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2med^2 \pi (\sqrt{\eta} - 1)^2 \sin^2 \theta} = 150 \text{ В} \right)$$

**7.19.** Частинка маси  $m$  знаходиться в одновимірній прямокутній потенційній ямі ширини  $l$  із нескінченно високими стінками. Знайти дозволені значення  $E_n$  енергії частинки, маючи на увазі, що можливі лише такі стани, для яких у межах ями укладається ціла кількість дебройлівських півхвиль.

$$\left( \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}, \quad n = 1, 2, \dots \right)$$

### *Принцип невизначеності*

**7.20.** Оцінити невизначеність координати  $\Delta x$ : а) для електрона, б) для атома водню, в) для дробинки  $m = 0,1$  г, якщо швидкість кожної частинки відома з точністю  $\Delta v_x = 1$  см/с.

$$(a) \sim 1 \text{ см}, (b) \sim 10^{-3} \text{ см}, (v) \sim 10^{-26} \text{ см})$$

**7.21.** Оцінити невизначеність швидкості: а) електрона, б) протона, в) порошинки маси  $m = 1$  мкг, якщо їх координати встановлені з невизначеністю  $\Delta x \sim 1$  мкм.

$$(a) \sim 10^2 \text{ м/с}, (b) \sim 10^{-1} \text{ м/с}, (v) \sim 10^{-19} \text{ м/с})$$

**7.22.** Оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей мінімальну кінетичну енергію  $K_{\min}$ : а) електрона, локалізованого в області розміром  $l_1 = 0,2$  нм, б) порошинки маси 1 мкг, локалізованої в області розміром  $l_2 = 1$  см.

$$\left( K_{\min} \sim \frac{\hbar^2}{2ml^2}; \quad a) 1 \text{ еВ}, (b) 10^{-36} \text{ еВ} \right)$$

**7.23.** Оцінити невизначеність швидкості  $\Delta v$  електрона в атомі водню, прийнявши розмір атома  $d = 0,1$  нм. Порівняти результат із швидкістю  $v_1$  електрона на першій орбіті в борівській теорії атома водню.

$$(\Delta v \approx 1 \cdot 10^6 \text{ м/с}, v_1 \approx 2 \cdot 10^6 \text{ м/с})$$

**7.24.** Вільний електрон у момент часу  $t = 0$  локалізований в області  $\Delta x_0 = 0,1$  нм. Оцінити розміри  $\Delta x$  області його локалізації через  $t = 1$  с по тому.

$$(\Delta x \sim 10^3 \text{ км})$$

**7.25.** Показати, що при невизначеності координати частинки  $\Delta x \approx \lambda_D / 2\pi$ , ( $\lambda_D$  – довжина хвилі де Бройля), невизначеність її швидкості  $\Delta v_x$  за порядком величини дорівнює самій швидкості.

**7.26.** В одній із перших моделей атомного ядра вважалося, що воно складається з протонів та електронів. Показати за допомогою співвідношення невизначеностей, що електрони не можуть входити до складу ядра. Лінійні розміри ядра прийняти  $\sim 5 \cdot 10^{-15}$  м.

**7.27.** Електрон з кінетичною енергією  $K \approx 4$  еВ локалізований в області розміром  $l = 1$  мкм. Оцінити відносну невизначеність його швидкості  $\Delta v/v$ .

$$(\Delta v/v \sim \hbar / l \sqrt{2mK} \approx 1 \cdot 10^{-4})$$

**7.28.** Середній час життя атома у збудженому стані складає  $\Delta t \sim 10^{-8}$  с. Під час переходу атома в основний стан відбувається випромінювання з середньою довжиною хвилі фотона  $\lambda = 500$  нм. За допомогою співвідношення невизначеностей оцінити ширину  $\Delta \lambda$  спектральної лінії, що випромінюється.

$$(\Delta \lambda \sim \lambda^2 / 2\pi c \Delta t \sim 10^{-5} \text{ нм})$$

**7.29.** Паралельний пучок електронів із швидкістю  $v = 10^6$  м/с, падає нормально на діафрагму із щілиною ширини  $b = 1$  мкм. За допомогою співвідношення невизначеностей оцінити ширину смуги, в яку потрапляють електрони на екрані, віддаленому від щілини на відстань  $l = 1$  м.

$$(\Delta x \sim l \hbar / b m v \sim 10^{-4} \text{ м})$$

**7.30.** В електронно-променевої трубки дуже вузький пучок електронів, що вилітають із електронної гармати, створює на віддаленому на  $l = 20$  см екрані світну цятку діаметром  $d \approx 0,5$  мм. Оцінити невизначеність координати  $\Delta x$  точки потрапляння електрона на екран, якщо прискорююча напруга  $U = 10$  кВ.

$$(\Delta x \approx \hbar l / d \sqrt{2meU} \sim 10^{-8} \text{ м})$$

**7.31.** Електронний прискорювач створює пучок релятивістських електронів. За допомогою співвідношення невизначеностей оцінити кінетичну енергію  $K$  електронів, яка необхідна для дослідження об'єктів із лінійними розмірами  $l \sim \lambda_c$ , де  $\lambda_c$  – комптонівська довжина хвилі електрона.

$$\left( K \geq m_0 c^2 \left( \sqrt{1 + (\hbar m_0 c l)^2} - 1 \right) \approx 200 \text{ кеВ} \right)$$



**7.32.** За допомогою співвідношення невизначеностей оцінити мінімальну енергію  $E_{min}$  частинки маси  $m$ , яка рухається в одновимірному потенціальному полі  $U(x) = \kappa x^2 / 2$  (гармонічний осцилятор).

$$(E_{min} \approx \hbar \sqrt{\kappa / m} = \hbar \omega, \quad \omega = \sqrt{\kappa / m} \text{ – класична частота осцилятора})$$

**7.33.** Оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей мінімальну енергію  $E_0$  електрона в атомі водню та відповідну відстань електрона від ядра  $r_0$  (розміри атома).

$$\left( E_0 \approx \frac{k^2 m e^4}{2 \hbar^2} = 13,6 \text{ еВ}, \quad r_0 \approx \frac{\hbar^2}{k m e^2} = 0,53 \text{ нм}; \quad k = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \right)$$

## 8. Рівняння Шрьодінгера. Хвильова функція

8.1. Рівняння Шрьодінгера для стаціонарних станів

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$$

8.2. Оператор Лапласа в сферичних координатах для сферично-симетричних функцій

$$\nabla_r^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr}$$

8.3. Енергетичний спектр частинки в одновимірному ящику

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m l^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

8.4. Енергетичний спектр квантового лінійного гармонічного осцилятора

$$E_\nu = \left( \nu + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

8.5. Прозорість прямокутного бар'єра та бар'єра заданої форми

$$U(x) D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} \cdot d\right); \quad D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U(x) - E)} \cdot dx\right)$$

**8.1.** Обчислити мінімальну енергію частинки маси  $m$  в одновимірній прямокутній потенціальній ямі ширини  $l$  з нескінченно високими стінками для: а) електрона при  $l = 0,1$  нм (порядок розмірів атома) і б) частинки маси  $m = 1$  мкг при  $l = 1$  мкм.

( а) 33 еВ, б)  $3 \cdot 10^{-28}$  еВ)

**8.2.** Визначити різницю енергій сусідніх рівнів для частинки маси  $m$  в одновимірній прямокутній потенціальній ямі ширини  $l$  із нескінченно високими стінками. Обчислення виконати для: а) електрона при  $l = 0,1$  нм (порядок розмірів атома), б) частинки маси  $m = 1$  мкг при  $l = 1$  мкм.

$$(а) \sim 10^2 \text{ еВ, б) } \sim 10^{-27} \text{ еВ}$$

**8.3.** Електрон знаходиться в одновимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками. Знайти ширину ями  $l$ , якщо різниця енергій рівнів із квантовими числами  $n_1 = 2$  і  $n_2 = 3$   $\Delta E = 0,30$  еВ.

$$(2,5 \text{ нм})$$

**8.4.** Мікрочастинка знаходиться в одновимірній прямокутній потенціальній ямі ширини  $l = 0,5$  нм із нескінченно високими стінками. Знайти масу частинки, якщо різниця енергій рівнів  $n_2 = 3$  і  $n_1 = 2$  складає  $\Delta E = 1,5$  еВ.

$$\left( m = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2l^2 \Delta E} (n_2^2 - n_1^2) = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \right)$$

**8.5.** Частинка знаходиться в одновимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками. Знайти квантове число  $n$  частинки, якщо відношення інтервалів енергій  $(n + 1)$ -го та  $(n - 1)$ -го рівнів  $\eta = (\Delta E_{n+1} / \Delta E_{n-1}) = 1,4$ .

$$\left( n = \frac{\eta + 1}{2(\eta - 1)} = 3 \right)$$

**8.6.** Частинка маси  $m$  знаходиться в одновимірній прямокутній потенціальній ямі ширини  $l$  з нескінченно високими стінками. Навести вираз для густини імовірності  $dP/dx$  у стані з квантовим числом  $n$ . У якій кількості точок  $N$  в інтервалі  $0 < x < l$   $(dP/dx) = 0$ ? Показати графічно  $dP/dx$  для станів з  $n = 1, 2, 3$ .

**8.7.** Частинка в одновимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками перебуває в основному стані ( $n = 1$ ). Знайти імовірність  $P$  знаходження частинки в інтервалі: а)  $0 < x < l/3$ , б)  $l/3 < x < 2l/3$ .

$$(а) 0,195, б) 0,609)$$

**8.8.** Для частинки в одновимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками знайти імовірність  $P$  знаходження в зоні розміром  $1/4$  ширини ями, рівновіддаленій від стінок, якщо частинка знаходиться в стані: а)  $n = 1$ , б)  $n = 2$ .

$$(а) 0,475 ; б) 0,091)$$

**8.9.** Якщо частинка маси  $m$  знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній прямокутній потенціальній ямі великої ширини  $l$ , енергетичні рівні частинки є дуже близькими. Тому густину рівнів (кількість рівнів у одиничному ін-

тервалі енергій), можна розглядати, як  $dN/dE$ . Виходячи з цього, оцінити густину рівнів для вільних електронів у металі, прийнявши  $l = 1,0$  см і  $E = 6,0$  еВ.

$$\left( \frac{dN}{dE} = \frac{l}{\pi \hbar} \sqrt{\frac{m}{2E}} \approx 2 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{Дж}} \approx 3 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{еВ}} \right)$$

**8.10.** Частинка маси  $m$  знаходиться в двовимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками. Розміри ями ( $l_1, l_2$ ). Визначити енергії стаціонарних станів і нормовані  $\psi$ -функції частинки

$$\left( E_{n_1 n_2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left( \frac{n_1^2}{l_1^2} + \frac{n_2^2}{l_2^2} \right), \psi_{n_1 n_2} = \frac{2}{\sqrt{l_1 l_2}} \sin \frac{n_1 \pi x}{l_1} \sin \frac{n_2 \pi y}{l_2}; n_1 = 1, 2, \dots; n_2 = 1, 2, \dots \right)$$

**8.11.** Скориставшись результатами попередньої задачі, знайти енергію  $E$  та кратність виродження  $K$  (кількість квантових станів з заданою енергією) четвертого енергетичного рівня частинки, котра знаходиться в квадратній ямі  $l_1 = l_2 = a$ . Записати  $\psi$ -функції цих вироджених станів.

$$\left( E = 5 \frac{\pi^2 \hbar^2}{ma^2}, \quad K = 2 \right)$$

**8.12.** Частинка маси  $m$  знаходиться в тривимірній прямокутній потенціальній ямі з абсолютно непроникними стінками. Розміри ями ( $l_1, l_2, l_3$ ). Знайти енергії стаціонарних станів частинки та нормовані  $\psi$ -функції цих станів.

$$\left( E_{n_1 n_2 n_3} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left( \frac{n_1^2}{l_1^2} + \frac{n_2^2}{l_2^2} + \frac{n_3^2}{l_3^2} \right), \psi_{n_1 n_2 n_3} = \sqrt{\frac{8}{l_1 l_2 l_3}} \sin \frac{n_1 \pi x}{l_1} \sin \frac{n_2 \pi y}{l_2} \sin \frac{n_3 \pi z}{l_3}; \right. \\ \left. n_1 = 1, 2, \dots; n_2 = 1, 2, \dots, n_3 = 1, 2, \dots \right)$$

**8.13.** Скориставшись результати попередньої задачі, знайти енергію  $E$  та кратність виродження  $K$  (кількість квантових станів з заданою енергією) шостого рівня частинки в кубічній ямі  $l_1 = l_2 = l_3 = a$ .

$$\left( E = 7 \frac{\pi^2 \hbar^2}{ma^2}, \quad K = 6 \right)$$

**8.14.** Хвильова функція основного стану одновимірного квантового гармонічного осцилятора має вигляд  $\psi(x) = Ae^{-a^2 x^2}$ , де  $a$  – стала, залежна від параметрів осцилятора. Знайти значення константи  $A$  (скористатися виразом  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\pi/\alpha}$ ).

$$\left( A = \sqrt[4]{2\alpha^2/\pi} \right)$$

**8.15.** Частинка знаходиться в одновимірному полі, де координатна частина її  $\Psi$  – функції має вигляд  $\psi(x) = A \exp(-x^2/a^2 + ikx)$ , де  $A$  та  $a$  – задані сталі,  $i = \sqrt{-1}$ . Знайти середнє значення координати частинки  $\langle x \rangle$ .  
 $(\langle x \rangle = 0)$

**8.16.** Координатна частина  $\Psi$  – функції частинки має вигляд  $\psi(r) = (A/r) e^{-r/a}$ , де  $r$  – відстань від центра,  $a$  – задана позитивна стала. Знайти: а) константу  $A$ , б) середнє значення відстані частинки від центра  $\langle r \rangle$ .  
 $(A = 1/\sqrt{2\pi a}, \langle r \rangle = a/2)$

**8.17.** Координатна частина  $\Psi$  – функції частинки має вигляд  $\psi(r) = (A/r) e^{-r^2/a^2}$ , де  $r$  – відстань від центра,  $a$  – задана константа. Знайти: а) константу  $A$ , б) середнє значення відстані частинки від центра  $\langle r \rangle$ . *Указівка:* скористатись виразом  $\int_0^\infty e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi/a}}{2}$ .  
 $(A = 1/\sqrt{\pi a \sqrt{2\pi}}; \langle r \rangle = a/\sqrt{2\pi})$

### Бар'єри

**8.18.** Потік вільних частинок із масою  $m$  та енергією  $E$ , що рухаються уздовж осі  $X$  (рис. 3), у точці  $x = 0$  налітає на абсолютно непроникну стінку ( $U = \infty$  при  $x \geq 0$ ). Із рівняння Шрєдінгера з урахуванням умов на межі  $x = 0$  отримати  $\psi$ -функцію частинок. Знайти розподіл густини імовірності  $\rho(x)$  у залежності від координати й показати його на графіку. Пояснити отриманий результат на основі хвильових властивостей частинок.

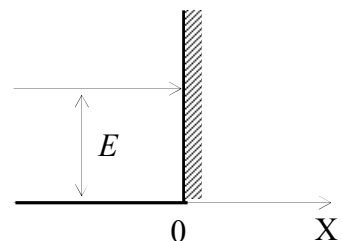


Рис. 3

$$\left( \rho(x) = A \sin^2 \left( \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x \right) \right)$$

**8.19.** Потік вільних частинок із масою  $m$  та енергією  $E$ , які рухаються зліва уздовж осі  $X$ , у точці  $x = 0$  налітає на нескінченний прямокутний потенціальний бар'єр висотою  $U_0 > E$  (рис. 4). Із рівняння Шрєдінгера з урахуванням умов на межі  $x = 0$  отримати  $\psi$ -функції частинок в обох областях. Використовуючи  $\psi$ -функції, знайти: а) густину імовірності  $\rho(x)$  знаходження частинки в області  $x \geq 0$  та показати вид графіка  $\rho(x)$ ; б) визначити ефективну глибину проникнення частинок в область бар'єра, тобто відстань  $x_e$ , на якій

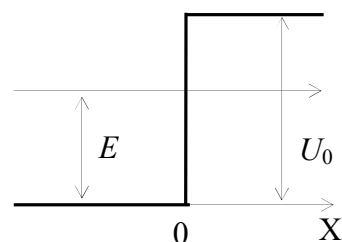


Рис. 4

густина імовірності зменшується  $e$  разів порівняно з межею бар'єру, в) за допомогою  $\psi$ -функції в області  $x \leq 0$  знайти коефіцієнт відбивання  $R$  частинок від бар'єра.

$$\left( \text{б) } x_e = \frac{2}{\hbar\sqrt{2m(U_0 - E)}}; \quad \text{в) } R = 1 \right)$$

**8.20.** Потік вільних частинок із масою  $m$  та енергією  $E$ , які рухаються зліва уздовж осі  $X$ , у точці  $x = 0$  налітає на нескінченний прямокутний потенціальний бар'єр висотою  $U_0 < E$  (рис. 5). Із рівняння Шрьодінгера з урахуванням умов на межі  $x = 0$  отримати  $\psi$ -функції частинок в обох областях і визначити коефіцієнт відбивання  $R$  частинок від бар'єра.

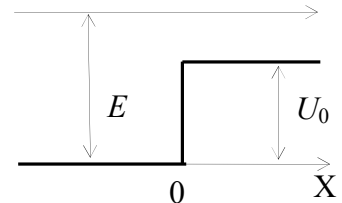


Рис. 5

$$\left( R = \left( \frac{\sqrt{E} - \sqrt{E - U_0}}{\sqrt{E} + \sqrt{E - U_0}} \right)^2 \right)$$

**8.21.** Частинка з масою  $m$  та енергією  $E$  рухається уздовж осі  $X$  у напрямі прямокутного потенціальний бар'єра ширини  $l$  і висоти  $U_0 > E$  (рис. 6). Використовуючи формулу (8.4) та приймаючи  $l = 0,1$  нм і  $U_0 - E = 1,0$  еВ, знайти: а) прозорість бар'єра для електрона  $D_1$  та протона  $D_2$ ; б) у скільки разів зміниться прозорість бар'єра, якщо різниця енергій зросте в  $n = 9$  разів?

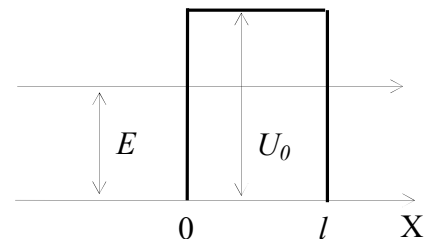


Рис. 6

(а)  $D_1 \approx 0,35$ ,  $D_2 \approx 1,9^{-19}$ ; б) зменшиться в  $\approx 23$  рази)

**8.22.** Визначити імовірність  $D$  проходження частинки з масою  $m$  та енергією  $E$  крізь ступінчастий прямокутний потенціальний бар'єр, параметри якого показані на рис. 7.

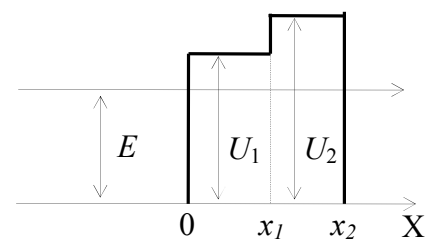


Рис. 7

**8.23.** Використовуючи формулу (8.4) отримати вираз для прозорості бар'єра довільної форми  $U(x)$  за умови, що  $U_0 > E$ .

**8.24.** Для частинки з масою  $m$  та енергією  $E < U_0$  визначити прозорість  $D$  потенціального бар'єра, форма та параметри якого показані на рис. 8.

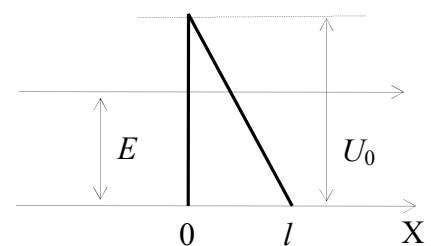


Рис. 8

$$\left( D \approx \exp\left(-4l\sqrt{2m(U_0 - E)^3} / 3\hbar U_0\right) \right)$$

**8.25.** Для частинки з масою  $m$  та енергією  $E < U_0$  визначити прозорість  $D$  потенціального бар'єра  $U(x) = U_0(1 - x^2/l^2)$  (рис. 9).

$$\left( D \approx \exp\left(-\pi l(U_0 - E)\sqrt{2m/U_0}/\hbar\right) \right)$$

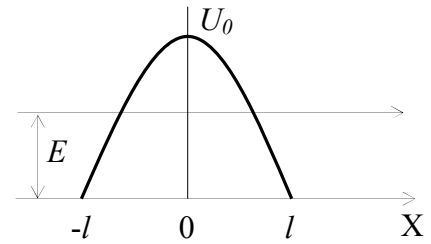


Рис. 9

## 9. Будова атома

9.1. Енергетичний спектр атома водню та воднево-подібних іонів

$$E_n = -\frac{k^2 m Z^2 e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots; \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

9.2. Узагальнена формула Бальмера

$$\omega = R \left( \frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right), \quad R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}.$$

9.3. Умови квантування орбітального моменту імпульсу електрона

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}; \quad L_z = \hbar m_l.$$

9.4. Орбітальне гіромагнітне співвідношення  $g$  та магнетон Бора

$$\mu_B g = \frac{e\hbar}{2m}; \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m}.$$

9.5. Умови квантування орбітального магнітного моменту електрона

$$p = \mu_B \sqrt{l(l+1)}; \quad p_z = \mu_B m_l.$$

9.6. Величина нормального розщеплення енергетичного рівня електрона в зовнішньому магнітному полі

$$\Delta E = \mu_B B m_l$$

9.7. Закон Мозлі

$$\sqrt{\omega} = C(Z - \sigma);$$

для  $K_\alpha$  - ліній легких елементів

$$\omega = R(Z-1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right),$$

для  $L_\alpha$  - ліній

$$\omega = R(Z-5,5)^2 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right).$$

**9.1.** Згідно з класичною електродинамікою, частинка із зарядом  $q$ , яка рухається з прискоренням  $\vec{a}$ , обов'язково випускає електромагнітне випромінювання. При цьому швидкість втрати частинкою енергії на випромінювання задовольняє закон  $dE/dt = -2kq^2 a^2 / 3c^3$ , де  $k = 1/4\pi\epsilon_0$  і  $c$  – швидкість світла. Виходячи з цього, оцінити час  $\tau$ , за який електрон, що знаходиться на коловій орбіті радіуса  $r_0 = 0,5$  нм в атомі водню, упав би на ядро.

$$(\tau = m^2 c^3 r_0^3 / 4e^4 \approx 10^{-11} \text{ с})$$

**9.2.** У теорії Бора вважається, що електрон в атомі водню під дією кулонівської сили рухається навколо ядра по колових орбітах, які задовольняють умові  $mvr = n\hbar$ . Виходячи з цього, визначити, скільки дебройлівських довжин хвилі електрона вкладається на  $n$ -й борівській орбіті в атомі водню.

( $n$ )

**9.3.** У теорії Бора вважається, що електрон в атомі водню під дією кулонівської сили рухається навколо ядра по колових орбітах, які задовольняють умові  $mvr = n\hbar$ . Виходячи з цього, визначити: а) радіус першої орбіти електрона  $r_1$ ; б) швидкість  $v_1$  і частоту обертання  $\nu_1$  електрона на першій борівській орбіті.

$$(\text{ а ) } 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ м; } (\text{ б ) } 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с, } 6,6 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1} )$$

**9.4.** Згідно із законами класичної електродинаміки, електрон в атомі водню, який рухається по  $n$ -й борівській орбіті, обов'язково випускає електромагнітне випромінювання з циклічною частотою  $\omega_n$ , рівною кутовій швидкості обертання по орбіті. Показати, що при  $n \rightarrow \infty$  ця частота наближається до частоти фотона, що випромінюється при переході з  $n$ -ї на  $(n-1)$ -у орбіту.

**9.5.** У теорії Бора вважається, що електрон в атомі водню під дією кулонівської сили рухається навколо ядра по колових орбітах, які задовольняють умові  $mvr = n\hbar$ . Виходячи з цього,

- визначити потенціальну  $U$ , кінетичну  $T$  та повну  $E$  енергії електрона в залежності від номера орбіти;
- обчислити ці енергії для першої орбіти;
- обчислити енергію іонізації  $E_i$  атома водню.

$$(T_1 = 13,6 \text{ еВ; } U_1 = -27,2 \text{ еВ; } E_1 = -13,6 \text{ еВ; } E_i = 13,6 \text{ еВ} )$$

**9.6.** Радіус першої борівської орбіти електрона в атомі водню  $r = 0,53 \text{ \AA}$ . ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$ ). Чому дорівнює:

- період обертання  $T$  електрона навколо ядра по першій орбіті?;
- індукція магнітного поля  $B$ , яке створює в центрі атома орбітальний рух електрона по першій орбіті?

$$(T = 1,53 \cdot 10^{-16} \text{ с}; B = 7,8 \text{ Тл.})$$

**9.7.** У скільки разів зменшується радіус орбіти електрона в атомі водню при переході з п'ятого енергетичного рівня на другий?

$$(6,25)$$

**9.8.** Електрони в збудженому атомарному водні займають всі енергетичні рівні включно з  $n$ -м. Знайти кількість спектральних ліній, які випромінює газ.

$$(n(n-1)/2)$$

**9.9.** При переході електрона в атомі водню з одного енергетичного рівня на інший енергія атома зменшується на 1,89 еВ. Чому дорівнює довжина хвилі світла, що його випромінює атом?

$$(0,66 \text{ мкм})$$

**9.10.** Найбільша довжина хвилі випромінювання атома водню у видимій частині спектра ( $0,4 \div 0,8 \text{ мкм}$ ) становить 0,66 мкм. Визначити довжину хвилі найближчих трьох ліній у видимій частині спектра.

$$(\lambda_1 = 0,49 \text{ мкм}; \lambda_2 = 0,43 \text{ мкм}; \lambda_3 = 0,41 \text{ мкм.})$$

**9.11.** Визначити довжину хвилі та спектральну область випромінювання атомарного водню, що відповідає короткохвильовій межі серії: 1) Лаймана; 2) Бальмера; 3) Пашена.

$$(\lambda_1 = 91 \text{ нм, далека ультрафіолетова}; \lambda_2 = 364 \text{ нм, близька ультрафіолетова}; \lambda_3 = 820 \text{ нм, близька інфрачервона.})$$

**9.12.** Яку найбільшу довжину хвилі повинно мати світло, що здатне іонізувати атом водню?

$$(\lambda = 91 \text{ нм})$$

**9.13.** Виходячи з того, що перший потенціал збудження атома водню  $\varphi_1 = 10,2 \text{ В}$ , знайти довжину хвилі головної лінії  $H_\alpha$  в серії Бальмера.

$$(\lambda_\alpha = 656 \text{ нм})$$

**9.14.** Атом водню, що перебуває в стані спокою, випромінює фотон, який відповідає головній лінії серії Лаймана ( $n_1 = 1$ ). Знайти: а) швидкість, яку при цьому набуває атом; б) похибку (%), якої ми припускаємося при розрахунку довжини хвилі випромінювання, не враховуючи ефекту віддачі.

$$(a) v \approx 3 \text{ м/с}; (b) \approx 5 \cdot 10^{-6} \%$$



**9.15.** У деякому атомі енергія валентного електрона в основному стані  $E_1 = -3,8$  еВ. Чому дорівнює потенціал іонізації цього атома  $\varphi_i$ ?

$$(\varphi_i = -E_1 = 3,8 \text{ В})$$

**9.16.** Довжини хвиль у спектрі водневоподібних іонів деякого хімічного елемента в 4 рази коротші, ніж в атомарного водню. Який це елемент?

$$(\text{He}^+)$$

**9.17.** Визначити, в якого водневоподібного іона різниця довжин хвилі головних ліній в перших двох серіях дорівнює 133,6 нм.

$$(Z = 2, \text{ іон He}^+)$$

**9.18.** Енергія зв'язку електрона в основному стані атома гелію ( $Z = 2$ )  $E_0 = 24,6$  еВ. Знайти енергію, яка необхідна, аби послідовно видалити з атома гелію обидва електрони.

$$(79 \text{ еВ})$$

**9.19.** Знайти швидкість фотоелектронів, що вириваються електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі  $\lambda = 18$  нм з нерухомих іонів  $\text{He}^+$ , які знаходяться в основному стані.

$$(v = 2,3 \cdot 10^6 \text{ м/с})$$

**9.20.** Випромінювання атома водню падає нормально на дифракційну решітку з періодом 5 мкм. При цьому деяка спектральна лінія атомарного водню в спектрі п'ятого порядку спостерігається під кутом дифракції  $41^\circ$ . Які електронні переходи в атомі дають цю лінію?

$$(3p \rightarrow 2s; \quad 3s \rightarrow 2p; \quad 3d \rightarrow 2p)$$

**9.21.** Електрон, який пройшов прискорюючи різницю потенціалів 18 В, влучає в нерухомий і не збуджений атом водню й відлітає у зворотньому напрямку зі швидкістю  $1,65 \cdot 10^6$  м/с. Знайти довжину хвилі фотона, що його випромінює атом унаслідок зіткнення. Імпульсом віддачі атома знехтувати. Маса атома водню  $1,67 \cdot 10^{-27}$  кг.

$$(121 \text{ нм})$$

**9.22.** При опроміненні ультрафіолетовим світлом  $\lambda = 85$  нм спостерігається виривання електронів з атомів водню (іонізація). Яку швидкість будуть мати такі електрони при віддаленні від ядер атомів на велику відстань?

$$(6 \cdot 10^5 \text{ м/с})$$

**9.23.** Хвильова функція ( $\psi$ -функція) основного стану атома водню (1s-стан) має вигляд  $\psi = A \exp(-r/r_1)$ ,  $r_1$  – перший борівський радіус. Знайти константу  $A$ .

$$(A = 1/\sqrt{\pi r_1^3})$$

**9.24.** Для атома водню в основному стані (див. попередню задачу), визначити: а) густину імовірності  $dP/dr$  знаходження електрона на відстані  $r$  від ядра б) найбільш імовірну відстань  $r_{im}$  електрона від ядра; в) середню відстань  $\langle r \rangle$  електрона від ядра; г) середнє значення потенціальної енергії електрона  $\langle U \rangle$ .

$$(a) dP/dr = 4\sqrt{\pi/r_1^3} r^2 e^{-r/r_1}; \quad б) r_{im} = r_1, \quad в) \langle r \rangle = 3r_1/2, \quad г) \langle U \rangle = -e^2/4\pi\epsilon_0 r_1$$

**9.25.** Нормована хвильова функція електрона в основному стані атома водню має вигляд  $\psi(r) = (1/\sqrt{\pi r_1^3}) e^{-r/r_1}$ , де  $r_1$  – найбільш імовірна відстань електрона від ядра. Знайти: а) величину  $r_1$  і порівняти її з першим борівським радіусом; б) енергію  $E$  атома водню в основному стані. *Вказівка.* Записати рівняння Шрьодінгера (8.1) для атома водню в сферичних координатах, урахувавши вираз (8.2).

**9.26.** Визначити абсолютну  $\Delta\lambda$  та відносну  $\eta = \Delta\lambda/\lambda$  величину нормального зеєманівського розщеплення лінії  $\lambda_\alpha = 656$  нм у спектрі атомарного водню, при вміщенні в магнітне поле  $B = 0,5$  Тл.

$$(\Delta\lambda = eB\lambda^2/4\pi mc = 10^{-11} \text{ м}, \quad \eta \approx 1,5 \cdot 10^{-5})$$

**9.27.** Яку максимальну кількість електронів можуть містити  $K$ -,  $L$ - та  $M$ -оболонка атома?

$$(2, 8, 18)$$

**9.28.** Атом якого хімічного елемента містить тільки повністю заповнені  $K$ - і  $L$ -оболонки?

$$(Z = 10, \text{ неон})$$

**9.29.** В атомі якого хімічного елемента в зовнішній  $M$ -оболонці присутня лише повністю заповнена  $s$ -підоболонка?

$$(Z = 12, \text{ магній}).$$

**9.30.** За допомогою закону Мозлі обчислити довжину хвилі  $K_\alpha$ -лінії в характеристичному рентгенівському спектрі наступних легких елементів: Al ( $Z = 13$ ), Co ( $Z = 27$ ), V ( $Z = 23$ ).

$$(843 \text{ пм}, 180 \text{ пм}, 251 \text{ пм})$$

**9.31.** В якого легкого елемента довжина хвилі  $K_\alpha$ -лінії характеристичного випромінювання  $\lambda_{K_\alpha} = 1,21$  нм?

$$(Z = 11, \text{ натрій})$$

**9.32.** У деякого легкого елемента довжина хвилі перших двох ліній  $K$ -серії дорівнює  $\lambda_{K_\alpha} = 275$  нм і  $\lambda_{K_\beta} = 251$  нм. Знайти довжину хвилі  $\lambda_{L_\alpha}$  першої лінії  $L$ -серії. Який це елемент?

$$\left( \lambda_{L_\alpha} = \frac{\lambda_{K_\alpha} \lambda_{K_\beta}}{\lambda_{K_\alpha} - \lambda_{K_\beta}} = 0,29 \text{ нм}; \quad Z=1+\sqrt{\frac{8\pi c}{3R\lambda_{K_\alpha}}} = 22, \text{ титан} \right)$$

**9.33.** В якого легкого елемента різниця енергій зв'язку електрона в  $K$  і  $L$  оболонках складає  $\Delta E = 6,9$  кеВ?

$$\left( Z = 1 + \sqrt{\frac{4\Delta E}{3\hbar R}} = 27, \text{ кобальт Co} \right)$$

**9.34.** Довжина хвилі короткохвильової межі  $K$  – серії характеристичного спектра для титану  $\lambda = 249$  нм. Знайти енергію зв'язку електронів у  $L$ -оболонці атома титану ( $Z = 22$ ).

(0,46 кеВ).

**9.35.** Рентгенівська трубка з мідним антикатодом працює при напрузі  $U = 10$  кВ. Визначити: а) довжину хвилі короткохвильової межі спектра гальмінового рентгенівського випромінювання; б) чи спостерігатимуться лінії  $K$ -серії в характеристичному спектрі міді, якщо довжина хвилі короткохвильової межі  $K$ -серії  $\lambda = 138$  нм? в) на якій відстані  $\Delta\lambda$  від межі суцільного спектра знаходиться лінія  $K_\alpha$ ? (для міді  $Z = 29$ ).

( а) 123 нм, б) так, в)  $\Delta\lambda = 32$  нм )

**9.36.** Яку найменшу напругу потрібно прикласти до рентгенівської трубки, антикатод якої вкритий ванадієм, аби в спектрі рентгенівського випромінювання спостерігалися лінії випромінювання  $K$ -серії ванадію, якщо довжина хвилі короткохвильової межі серії  $\lambda = 227$  нм?

( 5,45 кВ )

**9.37.** У характеристичному спектрі рентгенівської трубки з мідним антикатодом ( $Z = 29$ ) лінії  $L$ -серії починають з'являтися при напрузі  $U_1 = 1,05$  кВ. При якій найменшій напрузі  $U_2$  у спектрі з'являться лінії  $K$ -серії? Константу екранування для  $L$ -серії прийняти  $\sigma = 5,5$ .

(  $\approx 8$ кеВ)

## Молекулярна фізика.

### 10. Властивості ідеального газу.

**10.1.** Поверхневий шар Сонця (фотосфера) складається, в основному, з атомів водню і має температуру близько 6000 °С. Чому в такому разі Сонце не втрачає речовину через тепловий рух атомів?

**10.2.** Протягом місячного дня поверхня Місяця нагрівається до достатньо високої температури (вище 100 °С). Порівнявши газо-кінетичну і гравітаційну енергії молекул довести, що Місяць не може мати атмосфери.

**10.3.** Довести закон Дальтона, що гласить: *тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків газів – компонентів суміші*. Парціальним називається тиск даної компоненти суміші за умови, що вона одна займає всю посудину.

**10.4.** У балоні ємністю 20 літрів міститься суміш із 10 г водню й 48 г кисню. Коли суміш підпалили іскрою, то утворилася пара з температурою 300 °С. Визначити тиск у балоні після реакції.

$$(1,2 \cdot 10^6 \text{ Па})$$

**10.5.** Припустивши, що повітря ( $M = 29$  г/моль) складається, в основному, з кисню та азоту, оцінити масовий вміст  $\eta$  % цих газів в атмосфері.

$$\left( \eta_{\text{O}} = \frac{(M_{\text{N}}/M) - 1}{(M_{\text{N}}/M_{\text{O}}) - 1} = 27,5\%; \quad \eta_{\text{N}} = 1 - \eta_{\text{O}} = 72,5\% \right)$$

**10.6.** Визначити кількість речовини та кількість молекул у  $m = 0,5$  кг кисню.

$$(15,625 \text{ моль}; 9,41 \cdot 10^{24})$$

**10.7.** Визначити кількість речовини і кількість молекул азоту масою  $m = 0,2$  кг.

$$(7,14 \text{ моль}; 4,3 \cdot 10^{24})$$

**10.8.** Скільки атомів міститься в: а)  $\nu = 0,2$  моль і б)  $m = 1$  г ртуті?

$$( \text{ а) } 1,2 \cdot 10^{24}; \text{ б) } 3,01 \cdot 10^{21} )$$

**10.9.** Визначити кількість речовини і кількість молекул в  $1\text{см}^3$  води при температурі  $4\text{ }^\circ\text{C}$ .

$$(0,056 \text{ моль}; 3,35 \cdot 10^{22})$$

**10.10.** Визначити масу  $m_1$  молекули води та оцінити її діаметр  $d$ , вважаючи молекули кульками.

$$(2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}; d \approx \sqrt[3]{M / \rho N_A} = 311 \text{ пм.})$$

**10.11.** Підрахувати молярну масу вуглекислого газу  $\text{CO}_2$ .

$$(44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль})$$

**10.12.** Знайти масу  $m_0$  однієї молекули харчової солі.

$$(3 \cdot 10^{-26} \text{ кг})$$

**10.13.** Знайти молярну масу  $M$  суміші, що складається з  $m_1 = 25$  г кисню і  $m_2 = 75$  г азоту (спрощена «модель» повітря).

$$\left( M = \frac{m_1 + m_2}{m_1 / M_1 + m_2 / M_2} = 28,9 \text{ г/моль} \right)$$

**10.14.** Визначити концентрацію молекул  $n$  кисню в кількості  $\nu = 0,2$  моль, який міститься в посудині об'ємом  $V = 2$  л.

$$(6 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3})$$

**10.15.** У двох однакових по місткості посудинах знаходяться при однаковій температурі: у першому — водень, у другому — кисень. Знайти відношення  $n_1/n_2$  концентрацій газів, якщо їх маси однакові.

$$(16.)$$

**10.16.** У балоні об'ємом  $V = 10$  л знаходиться гелій під тиском  $p_1 = 1$  МПа при температурі  $T_1 = 300$  К. Після того як з балона був витрачено  $\Delta m = 10$  г гелію, температура в балоні знизилася до  $T_2 = 290$  К. Визначити кінцевий тиск у балоні.

$$\left( p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{\Delta m}{M} \frac{RT_2}{V} = 364 \text{ кПа} \right)$$

**10.17.**Балон місткістю  $V = 12$  л містить вуглекислий газ. Тиск газу дорівнює  $p = 1$  МПа, температура  $T = 300$  К. Визначити масу газу в балоні.

(212 г.)

**10.18.**Який об'єм займає  $\nu = 1$  кмоль ідеального газу, при тиску  $p = 1$  МПа і температурі  $T = 400$  К?

(3,32 м<sup>3</sup>)

**10.19.**Балон об'ємом  $V = 20$  л заповнений азотом при температурі  $t = 400$  °С. Коли частину газу випустили, тиск у балоні знизився на  $\Delta p = 200$  кПа. Визначити масу  $\Delta m$  випущеного азоту. Процес вважати ізотермічним.

$$\left( \Delta m = \frac{mV}{RT} \Delta p = 20 \text{ г} \right)$$

**10.20.**У балоні об'ємом  $V = 15$  л міститься аргон ( $M = 40$  г/моль) при тиску  $p_1 = 600$  кПа й температурі  $t_1 = 300$  °С. Коли з балона взяли деяку масу газу  $\Delta m$  й температуру змінили до  $t_2 = 260$  °С, у балоні встановився тиск  $p_2 = 400$  кПа. Визначити  $\Delta m$ .

$$\left( \Delta m = \frac{MV}{R} \left( \frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right) = 21,4 \text{ г} \right)$$

**10.21.**Дві посудини однакового об'єму містять кисень. В одній посудині тиск  $p_1 = 2$  МПа й температура  $t_1 = 800$  °С, в іншій –  $p_2 = 2,5$  МПа,  $t_2 = 200$  °С. Посудини з'єднали тонкою трубкою й охолодили газ до температури  $t = 200$  °С. Визначити кінцевий тиск у системі.

$$\left( p = \frac{T}{2} \left( \frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2} \right) = 1,7 \text{ МПа} \right)$$

**10.22.**Обчислити густину азоту при температурі  $400$  °С і тиску  $p = 2$  МПа.

(10 кг/м<sup>3</sup>)

**10.23.**Визначити молярну масу  $M$  газу, якщо при температурі  $t = 154$  °С і тиску  $p = 1,07$  МПа його густина  $\rho = 6,1$  кг/м<sup>3</sup>.

(20,2 г/моль – неон)

**10.24.** Який об'єм  $V$  займає суміш із  $m_1=1$  кг азоту та  $m_2 = 1$  кг гелію за нормальних умов?

$$\left( V = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p} = 6,42 \text{ м}^3 \right)$$

**10.25.** Балон об'ємом  $V = 30$  л містить суміш водню та гелію при температурі  $T = 300$  К і тиску  $p = 828$  кПа. Маса суміші  $m = 24$  г. Визначити масу  $m_1$  водню та масу  $m_2$  гелію в суміші.

$$\left( m_1 = \left( \frac{M_1}{M_2 - M_1} \right) \left( M_2 \frac{pV}{RT} - m \right) = 16 \text{ г}; \quad m_2 = \left( \frac{M_2}{M_2 - M_1} - M_1 \frac{pV}{RT} \right) = 8 \text{ г} \right)$$

**10.26.** Один балон об'ємом  $V_1 = 10$  л містить кисень під тиском  $p_1=1,5$  МПа, інший балон об'ємом  $V_2 = 22$  л містить азот під тиском  $p_2 = 0,6$  МПа при однаковій температурі. Після сполучення балонів утворилася однорідна суміш тієї ж температури. Знайти тиск суміші та парціальні тиски компонентів.

$$(0,88 \text{ МПа}; 0,47 \text{ МПа}; 0,41 \text{ МПа.})$$

## 11. Термодинаміка.

**11.1.** Кількість атомарного кисню  $\nu = 0,5$  моль. Визначити внутрішню енергію  $U$  газу та середню кінетичну енергію  $\langle \varepsilon \rangle$  однієї молекули при температурі  $t = 300^\circ\text{C}$ .

$$(U = 3,57 \text{ кДж}; \quad \langle \varepsilon \rangle = 1,19 \cdot 10^{-20} \text{ Дж})$$

**11.2.** Кількість гелію  $\nu = 1,5$  моль, температура  $t = 120$  °С. Визначити сумарну кінетичну енергію  $E_n$  молекул цього газу.

$$(E_n = 7,35 \text{ кДж})$$

**11.3.** Внутрішня енергія моля деякого ідеального двохатомного газу із жорсткими молекулами дорівнює  $U_m = 6,02$  кДж. Визначити середню кінетичну енергію обертального руху  $\langle \varepsilon_{об} \rangle$  однієї молекули цього газу.

$$\left( \langle \varepsilon_{об} \rangle = \frac{2}{5} \frac{U_m}{N_a} = 4 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} \right)$$

**11.4.** Визначити середню квадратичну швидкість  $v_{\text{кв}}$  молекул газу в посудині об'ємом  $V=2\text{л}$  при тиску  $p = 200\text{кПа}$ . Маса газу  $m = 0,3\text{г}$ .

$$\left( v_{\text{кв}} = \sqrt{3pV/m} = 2000 \text{ м/с} \right)$$

**11.5.** При якій температурі середня квадратична швидкість атомів гелію стане рівній другій космічній швидкості  $V_2 = 11,2 \text{ км/с}$ ?

$$(20,1\text{кК})$$

**11.6.** У скільки, разів середня квадратична швидкість  $V_{\text{кв}}$  молекул кисню більша за середню квадратичну швидкість порошинки масою  $m = 10^{-8} \text{ г}$ , що знаходиться в термодинамічній рівновазі з молекулами кисню?

$$(1,37 \cdot 10^7)$$

**11.7.** Для одноатомних газів показник адіабати  $\gamma = 1,66$ ? Знайти питомі теплоємності  $c_p$  і  $c_v$  для гелію та неону.

$$(гелій:  $c_v = 3,1 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$ ;  $c_p = 5,17 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$ ; неон:  $c_v = 614 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ;  $c_p = 1,03 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$ )$$

**11.8.** Для більшості двохатомних газів при кімнатних температурах показник адіабати  $\gamma = 1,40 \pm 0,01$ . Знайти питомі теплоємності  $c_p$  і  $c_v$  азоту при цих умовах.

$$(c_v = 721 \div 760 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}; c_p = 1,02 \div 1,06 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)})$$

**11.9.** Визначити показник адіабати  $\gamma$  ідеального газу, котрий при температурі  $T = 350 \text{ К}$  і тиску  $p = 0,4 \text{ МПа}$  займає об'єм  $V = 300 \text{ л}$  і має теплоємність  $C_V = 857 \text{ Дж/К}$ .

$$\left( \gamma = 1 + \frac{pV}{TC_V} = 1,4 \right)$$

**11.10.** Визначити молярну масу  $M$  газу, якщо різниця його питомих теплоємностей  $c_p - c_v = 2,08 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$ .

$$\left( M = \frac{R}{C_p - C_V} = 4 \text{ г/моль} \right)$$



**11.11.** У посудині об'ємом  $V = 6$  л міститься двоатомний газ при нормальних умовах. Визначити теплоємність  $C$  цього газу при сталому об'ємі.

$$\left( C = \frac{5}{2} \frac{pV}{T} \approx 5,6 \text{ Дж/К} \right)$$

**11.12.** Трехатомний газ при тиску  $p = 240$  кПа і температурі  $t = 20^\circ \text{C}$  займає об'єм  $V = 10$  л. Визначити теплоємність  $C$  цього газу при сталому тиску.

$$(C = 4pV/T \approx 32,8 \text{ Дж/К})$$

**11.13.** Знайти вираз показника адиабати  $\gamma = C_p/C_v$  для суміші газів. Обчислити величину  $\gamma$  для суміші з  $m_1 = 5$  г гелію та  $m_2 = 2$  г водню

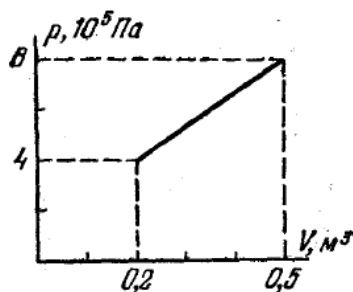
$$\left( \gamma = \frac{\sum (i_i + 2)v_i}{\sum i_i v_i}, \text{ де } v_i - \text{кількості молів, а } i_i - \text{кількості ступенів вільності молекул компонентів суміші; } \gamma = 1,49. \right)$$

**11.14.** Визначити кількість теплоти, що поглинається воднем масою  $m = 0,2$  кг, при його нагріванні від температури  $t_1 = 0^\circ \text{C}$  до температури  $t_2 = 100^\circ \text{C}$  при сталому тиску. Знайти також зміну внутрішньої енергії газу і роботу, що виконується ним.

$$(Q = 291 \text{ кДж}, \Delta U = 208 \text{ кДж}, A = 83 \text{ кДж})$$

**11.15.** Гелій в посудині ізобарно розширюється внаслідок підведення до нього 15 кДж теплоти. Знайти зміну внутрішньої енергії газу та виконану ним роботу.

$$(9 \text{ кДж}; 6 \text{ кДж})$$



**11.16.** При розширенні одноатомного газу його тиск зростає лінійно, як показано на рисунку. Чому дорівнює виконана газом робота? На скільки зросла його внутрішня енергія? Яка кількість теплоти до нього була підведена? Чому дорівнює молярна теплоємність газу в цьому процесі?

$$(180 \text{ кДж}; 480 \text{ кДж}; 660 \text{ кДж}; 1,71 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)})$$

**11.17.** Кисень займає об'єм  $V_1 = 1 \text{ м}^3$  і перебуває під тиском  $p_1 = 200 \text{ кПа}$ . Газ ізобарно розширили до об'єму  $V_2 = 3 \text{ м}^3$ , а потім ізохорно стиснули до тиску  $p_2 = 500 \text{ кПа}$ . Знайти зміну внутрішньої енергії газу  $\Delta U$ , виконану ним роботу  $A$  та теплоту  $\Delta Q$ , що була передана газу. Побудувати графік процесу.

$$\left( \Delta U = \frac{i}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = 3,25 \text{ МДж}; \quad A = p_1(V_2 - V_1) = 0,4 \text{ МДж}; \right. \\ \left. Q = 3,65 \text{ МДж} \right)$$

**11.18.** При адіабатному розширенні об'єм водню з масою  $m = 20 \text{ г}$  і початковою температурою  $t_1 = 300 \text{ }^\circ\text{C}$  збільшився в  $n_1 = 5$  разів. Потім газ ізотермічно стиснули до початкового об'єму. Визначити повну роботу  $A$ , виконану газом, і його кінцеву температуру  $T_2$ .

$$\left( T_2 = T_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 158 \text{ К}; \quad A = R \frac{m}{M} \left( \frac{i}{2}(T_1 - T_2) + T_2 \ln \frac{V_2}{V_1} \right) = 8,8 \text{ кДж} \right)$$

**11.19.** Кисень із масою  $m = 250 \text{ г}$  і початковою температурою  $t_0 = 200 \text{ }^\circ\text{C}$  адіабатно стиснули. Визначити кінцеву температуру  $T$  газу, якщо при стисканні була виконана робота  $A = 25 \text{ кДж}$ .

$$\left( T = T_0 + \frac{2MA}{imR} = 627 \text{ К} \right)$$

**11.20.** Визначити роботу  $A_2$  ізотермічного стискання газу, що виконується у циклі Карно із к.к.д.  $\eta = 40\%$ , якщо робота ізотермічного розширення дорівнює  $A_1 = 8 \text{ Дж}$ .

$$( A_2 = (1 - \eta)A_1 = 4,8 \text{ Дж} )$$

**11.21.** Газ, з яким здійснюється цикл Карно, віддав холодильнику  $\varepsilon = 67\%$  теплоти, отриманої від нагрівача. Визначити температуру  $t_2$  холодильника, якщо температура нагрівача  $t_1 = 430 \text{ }^\circ\text{C}$ .

$$(198 \text{ }^\circ\text{C})$$