Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

# ЗАДАЧІ ІЗ ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ

## Розділ «Електрика і магнетизм»

Для студентів технічних спеціальностей

*Рекомендовано Методичною радою НТУУ»КПІ»*



Київ
НТУУ «КПІ»
2011

Задачі із загальної фізики. Розділ «Електрика і магнетизм». Для студентів технічних спеціальностей. [Текст]/ Уклад.: В. П. Бригінець, О. О. Гусєва, О. В. Дімарова та ін. – К.: НТУУ «КПІ», 2011. – 63 с.

*Гриф надано Методичною радою НТУУ»КПІ»*
*(Протокол № 5 від 3.02.2011 р.)*

Навчальне видання

# ЗАДАЧІ ІЗ ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ

## Розділ «Електрика і магнетизм»

Для студентів технічних спеціальностей

Укладачі: *Бригінець Валентин Петрович*, канд. фіз.-мат. наук, доц.
*Гусєва Ольга Олександрівна*, канд. фіз.-мат. наук, доц.
*Дімарова Олена Володимирівна*, канд. фіз.-мат. наук, доц.
*Пономаренко Лілія Петрівна*, канд. фіз.-мат. наук, доц.
*Репалов Ігор Миколайович*, канд. фіз.-мат. наук, доц.
*Якуніна Наталія Олександрівна*, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Відповідальний за випуск В. М. Локтєв, д-р фіз. - мат. наук, акад. НАН України

Рецензент Л. П. Гермаш, д-р фіз. - мат. наук, проф.

*За редакцією укладачів*

## Зміст

Стор.

# 1. Електричне поле зарядів у вакуумі

1.1. Напруженість електричного поля точкового заряду:

$$\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\vec{e}_r, \quad де \quad \vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}; \quad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9 \text{ м/Ф}.$$

1.2. Потенціал поля точкового заряду:

$$\varphi = k\frac{q}{r}.$$

1.3. Напруженість і потенціал електричного поля системи зарядів:

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i; \quad \varphi = \sum \varphi_i .$$

1.4. Зв'язок між напруженістю і потенціалом електричного поля:

$$E_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l}, \; \vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi; \qquad \varphi(\vec{r}_1) - \varphi(\vec{r}_2) \equiv U = \int\limits_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}d\vec{l} .$$

1.5. Циркуляція поля зарядів по довільному контуру:

$$\oint\limits_L \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{l} = 0 .$$

1.6. Потенціальна енергія заряду в електричному полі та робота поля:

$$W = q\varphi; \qquad A = -q\Delta\varphi \equiv q(\varphi_1 - \varphi_2) \equiv qU .$$

1.7. Електростатична теорема Гауса:

$$\oint\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int\limits_V \rho dV .$$

**1.1.** Два точкові заряди $q_1$ та $q_2$ знаходяться в точках із радіусами-векторами $\vec{r}_1$ і $\vec{r}_2$. Записати вирази для векторів сил $\vec{F}_1$ та $\vec{F}_2$, що діють на кожен із зарядів.

**1.2.** Знайти силу кулонівської взаємодії між двома кулями, що мають однакові заряди по 1 Кл і розміщені на відстані 1 км одна від одної. Про що свідчить результат?

(9 кН.)

**1.3.** Три точкові заряди $Q$, $-Q$ та $q$ розташовані у вершинах рівностороннього трикутника зі стороною $a$. Знайти силу $F$, що діє на заряд $q$, якщо $Q = 2\cdot 10^{-7}$ Кл, $q = 10^{-7}$ Кл, $a = 10$ см.

($F = 1{,}8\cdot 10^{-2}$ Н.)

**1.4.** Тонке півкільце радіуса $R$ =10 см рівномірно заряджене з густиною заряду $\lambda = 1$ мкКл/м. У центрі кривизни півкільця знаходиться точковий заряд

$Q$ = 20 нКл. Визначити силу $F$, що діє на точковий заряд. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

($F = Q\lambda/2\pi\varepsilon_0 R$ = 3,6 мН.)

**1.5.** В елементарній теорії атома водню приймають, що електрон рухається навколо ядра по коловій орбіті радіуса $r = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ м у не збудженому стані атома. Знайти, яка сила діє на електрон з боку ядра та яке прискорення вона надає електрону. $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

( $8{,}2 \cdot 10^{-8}$ Н, $9{,}0 \cdot 10^{22}$ м/с$^2$. )

**1.6.** В елементарній теорії атома водню приймають, що електрон рухається навколо ядра по коловій орбіті радіуса $r = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ м у не збудженому стані атома. Чому дорівнює величина швидкості електрона? $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

$$\left( v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m r}} = 2{,}2 \cdot 10^6 \text{ м/с.} \right)$$

**1.7.** Точковий заряд $q$ = 50 мкКл знаходиться у точці з радіусом-вектором $\vec{r}_0 = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ (всі величини задані в СІ). Знайти вектор $\vec{E}$ та модуль $E$ напруженості, а також потенціал $\varphi$ електричного поля заряду в точці з радіус-вектором $\vec{r} = 8\vec{i} - 5\vec{j}$ .

( $\vec{E} = (2{,}7\vec{i} - 3{,}6\vec{j})$ кВ/м, $E$ = 4,5 кВ/м; $\varphi$ = 45 кВ.)

**1.8.** У двох точках 1 і 2 на лінії, що проходить через точковий заряд, напруженість електричного поля дорівнює $E_1$ = 81 В/м і $E_2$ = 36 В/м. Знайти напруженість поля в точці 3 посередині між точками 1 і 2.

( 51,84 В/м *або* 1296 В/м.)

**1.9.** Точковий заряд знаходиться в полі іншого нерухомого точкового заряду. Для того, щоби збільшити відстань між цими зарядами вдвічі, довелося виконати роботу $A_1$= 15 Дж. Яку роботу $A_2$ треба виконати, щоби при такому ж початковому положенні відстань між зарядами збільшити в три рази?

( $A_2 = 4A_1/3$ = 20 Дж.)

**1.10.** Два додатні й один від'ємний заряди однакової величини розміщені у вершинах правильного трикутника. Знайти напруженість і потенціал електричного поля в центрі трикутника, якщо кожен заряд створює в центрі поле з напруженістю 100 В/м і потенціалом 50 В.

( 200 В/м; 50 В.)

**1.11.** Три точкові заряди розташовані у вершинах рівностороннього трикутника, створюють у його центрі поле з потенціалом $\varphi_0$. Якими будуть потенціали у вершинах, якщо всі заряди перенести в центр трикутника?

$(\varphi_0)$.

**1.12.** Три точкові заряди по 2 мкКл розташовані у вершинах рівностороннього трикутника із стороною 4 м. Знайти модуль напруженості $E$ та потенціал $\varphi$ електричного поля в точці, що розташована над центром трикутника на відстані 4 м від його площини. $k = \left(1/4\pi\varepsilon_0\right) = 9\cdot 10^9$ м/Ф.

( $E$ = 2,2 кВ/м; $\varphi$ = 11,7 кВ.)

**1.13.** Визначити потенціал $\varphi\left(\vec{r}\right)$ поля точкового диполя з електричним моментом $\vec{p}$ у довільній точці з радіусом-вектором $\vec{r}$ відносно центра диполя.

$$\left(\varphi\left(\vec{r}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\vec{p}\vec{r}}{r^3}.\right)$$

**1.14.** Використовуючи результат задачі 1.13, визначити модуль напруженості $E$ поля точкового диполя з електричним моментом $\vec{p}$ у довільній точці з радіусом-вектором $\vec{r}$ відносно центра диполя в залежності від відстані $r$ та кута $\vartheta$ між векторами $\vec{p}$ і $\vec{r}$.

$$\left(E = \sqrt{E_r^2 + E_\vartheta^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\vartheta}.\right)$$

**1.15.** Використовуючи результат задачі 1.14, отримати результат задачі 1.13.

**1.16.** Електричне поле створюється в одному випадку тонким зарядженим кільцем, а в іншому – півкільцем того ж радіуса і з таким самим зарядом. Знайти, як співвідносяться потенціали $\varphi_1 : \varphi_2$ у центрах кривизни тіл.

( 1 : 1 ).

**1.17.** По тонкому кільцю радіуса $r$ рівномірно розподілений заряд $q$. Знайти напруженість електричного поля на осі кільця залежно від відстані до його центра $E(z)$. Проаналізувати цю залежність при $z << r$ та $z >> r$ і показати приблизний вигляд графіка $E(z)$.

$$\left(E(z) = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0(r^2+z^2)^{3/2}}.\right)$$

**1.18.** По тонкому кільцю радіуса $r$ розподілений заряд $q$. Знайти потенціал електричного поля на осі кільця залежно від відстані до його центра $\varphi(z)$. Проаналізувати отриманий вираз $\varphi(z)$ при $z << r$ та $z >> r$ і показати приблизний вигляд графіка $\varphi(z)$.

$$\left(\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{z^2+r^2}}.\right)$$

**1.19.** Розв'язати задачу 1.17, використовуючи результат задачі 1.18.

**1.20.** Розв'язати задачу 1.18, використовуючи результат задачі 1.17.

**1.21.** Електричне поле створюється диском радіуса $R$, який рівномірно заряджений із поверхневою густиною заряду $\sigma$. Використавши результат задачі 1.17, визначити:

а) напруженість електричного поля на осі диска в залежності від відстані до його центра $E(z)$. Проаналізувати цю залежність при $z << r$ та $z >> r$ і показати приблизний вигляд графіка $E(z)$;

б) напруженість електричного поля нескінченної площини, зарядженої з поверхневою густиною заряду $\sigma$.

$$\left( \text{а) } E(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+(R/z)^2}}\right); \quad \text{б) } E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \right)$$

**1.22.** По тонкому кільцю радіуса $R$ із вузьким прорізом ширини $h$ ($h \ll R$) рівномірно розподілений заряд $q > 0$. Знайти величину та напрям напруженості електричного поля в центрі кільця.

$$\left( E = \frac{qh}{8\pi\varepsilon_0 R^3}, \textit{ до прорізу.} \right)$$

**1.23.** Сфера радіуса $R$ з малим круглим отвором радіусом $r$ ($r \ll R$) рівномірно заряджена з густиною заряду $\sigma < 0$. Знайти величину та напрям напруженості електричного поля в центрі сфери.

$$\left( E = \frac{\sigma r^2}{4\varepsilon_0 R^2}, \textit{ від отвору.} \right)$$

**1.24.** Тонкий стержень довжини $a$ рівномірно заряджений з лінійною густиною $\lambda$ (Кл/м). Знайти модуль напруженості електричного поля $E$ та потенціал $\varphi$ в точці, що лежить на продовженні стержня на відстані $r$ від його кінця.

$$\left( E = \frac{\lambda a}{4\pi\varepsilon_0 r(r+a)}, \qquad \varphi = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r+a}{r} \right)$$

**1.25.** Тонкий стержень довжини $2a$ рівномірно заряджений з лінійною густиною $\lambda$ (Кл/м). Знайти напруженість електричного поля на перпендикулярі до середини стержня на відстані $r$ від нього.

$$\left( E = \frac{\lambda a}{2\pi\varepsilon_0 r\sqrt{a^2+r^2}}. \right)$$

**1.26.** Використовуючи результат попередньої задачі, знайти напруженість електричного поля на відстані $r$ від нескінченного тонкого стержня (нитки), рівномірно зарядженого з лінійною густиною $\lambda$, і визначити різницю потенціалів між точками, що віддалені від стержня на відстань $r_1$ і $r_2$.

$$\left( E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}, \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}. \right)$$

**1.27.** Визначити напруженість електричного поля, потенціал якого залежить від координат згідно із законом: а) $\varphi = \alpha(x^2 - y^2)$; б) $\varphi = \alpha xy$; в) $\varphi = \alpha(xy - z^2)$, $\alpha$ – задана стала.

$$\left( \text{а) } \vec{E} = -2\alpha x\vec{i} + 2\alpha y\vec{j}; \quad \text{б) } \vec{E} = -\alpha y\vec{i} - \alpha xj; \quad \text{в) } \vec{E} = -\alpha y\vec{i} - \alpha x\vec{j} + 2\alpha z\vec{k} \right).$$

**1.28.** Прийнявши потенціал у початку координат рівним $\varphi_0$, визначити потенціал $\varphi(x,y,z)$ таких електростатичних полів:

– а) $\vec{E} = a(y\vec{i} + x\vec{j})$;

– б) $\vec{E} = 2axy\vec{i} + a(x^2 - y^2)\vec{j}$, $a = \text{const}$.

( а) $\varphi = -axy + \varphi_0$; б) $\varphi = ay(y^2/3 - x^2) + \varphi_0$ ).

**1.29.** Потенціал поля в деякій області простору залежить лише від координати $x$ як $\varphi = -ax^3 + b$, де $a$ і $b$ – сталі. Знайти розподіл об'ємного заряду $\rho(x)$.

($\rho = 6\varepsilon_0 ax$.)

**1.30.** Потенціал поля всередині зарядженої кулі залежить лише від відстані до її центра, як $\varphi = ar^3 + b$, де $a$ і $b$ – сталі. Знайти розподіл об'ємного заряду $\rho(r)$ усередині кулі.

($\rho = -6\varepsilon_0 a$).

**1.31.** Уявімо, що напруженість деякого поля визначається виразом $\vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{A}{r^4}\vec{r}$, де $\vec{r}$ – радіус-вектор точки, $A$ – задана стала. Знайти потік $\Phi$, який це поле створювало би крізь сферу радіуса $r$ з центром у початку координат. Чи була би чинною для такого поля теорема Гауса?

( $\Phi = 4\pi A/r$; *ні* ).

**1.32.** Півсфера радіуса 1,0 м розташована в однорідному електричному полі, що напрямлене від центра до полюса півсфери. Напруженість поля дорівнює 318,3 В/м. Знайти потік напруженості крізь півсферу. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

(1000 Вм.)

**1.33.** У всіх вершинах куба з ребром $a$ = 20 см розміщені однакові додатні заряди величини $q_1$ = 10 нКл кожен, а в центрах усіх граней – такі самі від'ємні заряди. Знайти напруженість електричного поля в центрі куба та потік напруженості крізь поверхню сфери радіуса $R = a/\sqrt{2}$ із центром у центрі куба. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

( 0; – 6,78 кВм.)

**1.34.** Усередині сфери радіуса $R$ = 20 см на відстані $r = R/2$ від центра розміщений точковий заряд. Знайти напруженість електричного поля в центрі сфери, якщо потік поля крізь неї $\Phi$ = 62,83 Вм. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

( 500 В/м.)

**1.35.** Тонка сферична оболонка радіуса $R$ = 10 см рівномірно заряджена з густиною заряду $\sigma = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл/м$^2$. Знайти:

– залежність напруженості поля від відстані до центра сфери $r$ та величину напруженості при $r_1$ = 5 см і $r_2$ =15 см;

– залежність від $r$ потенціалу поля (при $\varphi(\infty) = 0$) та різницю потенціалів між точками $r_1$ і $r_2$. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

( $E_1 = 0$, $E_2 = 10^3$ В/м; $\varphi_1 - \varphi_2 = 75{,}3$ В).

**1.36.** Дві тонкі провідні концентричні сфери радіусами 10 см і 15 см (сферичний конденсатор) несуть заряди $2 \cdot 10^{-7}$ Кл і $-2 \cdot 10^{-7}$ Кл, відповідно. Знайти різницю потенціалів між обкладками конденсатора. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. ( 6 кВ).

**1.37.** На двох провідних концентричних сферичних оболонках розміщені заряди $3\cdot10^{-8}$ Кл і $-2\cdot10^{-8}$ Кл. Радіуси оболонок 10 см і = 20 см, відповідно. Знайти різницю потенціалів між точками, віддаленими від центра сфер на відстані 5 см і 25 см. $\varepsilon_0 = 8,85\cdot10^{-12}$ Ф/м.

( 1,44 кВ ).

**1.38.** Куля радіуса $R$ заряджена з об'ємною густиною заряду $\rho$. Знайти:

а) залежність модуля напруженості електричного поля $E(r)$ від відстані $r$ до центра кулі;

б) залежність потенціалу поля $\varphi(r)$, прийнявши $\varphi(\infty) = 0$;

в) різницю потенціалів $U$ між центром та поверхнею кулі.

$$\left(\begin{array}{l} a)\ r>R: E=\dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}, \quad r<R: E=\dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0}; \\ б)\ r>R: \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}, \quad r<R: \varphi=\dfrac{\rho(R^2-r^2)}{6\varepsilon_0}+\dfrac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}; \\ в)\ U=\dfrac{\rho R^2}{6\varepsilon_0}. \end{array}\right)$$

**1.39.** Заряд кулі радіуса $R$ розподілений з об'ємною густиною $\rho = \alpha r$, де $r$ – відстань від центра кулі, $\alpha$ – стала. Знайти різницю потенціалів $U$ між центром кулі та її поверхнею.

$$\left(U=\frac{\alpha R^3}{12\varepsilon_0}.\right)$$

**1.40.** Куля радіусом 2 см, яка заряджена з об'ємною густиною заряду $3\cdot10^{-8}$ Кл/м$^3$, оточена концентричною зарядженою сферою радіуса 4 см. Знайти поверхневу густину заряду сфери, якщо назовні сфери електричне поле відсутнє.

( – $5\cdot10^{-11}$ Кл/м$^2$).

**1.41.** Усередині кулі рівномірно зарядженої з об'ємною густиною $\rho$ є сферична порожнина. Центр порожнини зміщений відносно центра кулі на відстань, що визначається вектором $\vec{a}$. Визначити напруженість $\vec{E}$ поля усередині порожнини.

$$\left(\vec{E}=\frac{\rho\vec{a}}{3\varepsilon_0}.\right)$$

**1.42.** Напруженість електричного поля всередині зарядженої кулі $\vec{E}=\alpha r\vec{r}$, де $\vec{r}$ – радіус вектор даної точки поля відносно центра кулі, $\alpha$ – задана стала. Визначити об’ємну густину заряду кулі в залежності від відстані до центра $\rho(r)$.

$$\left(\rho(r)=4\varepsilon_0\alpha r.\right)$$

**1.43.** В електричному полі нескінченної зарядженої з лінійною густиною заряду $\lambda = 2\cdot10^{-11}$ Кл/м нитки рухається електрон. Знайти швидкість електрона $v$ на відстані $r$ = 0,5 см від нитки, якщо на відстані $r_0$ = 1,0 см вона дорівнювала 0. $e = 1,6\cdot10^{-19}$ Кл, $\varepsilon_0 = 8,85\cdot10^{-12}$ Ф/м.

$$\left( v = \sqrt{\frac{e\lambda \ln(r_0/r)}{\pi\varepsilon_0 m}} \approx 3\cdot10^5 \text{ м/с.} \right)$$

**1.44.** Дві нескінченні рівномірно заряджені нитки з лінійною густиною заряду $2\cdot10^{-6}$ Кл/м і $-2\cdot10^{-6}$ Кл/м перетинаються під прямим кутом у точці А. У точці В, розташованій у площині ниток і рівновіддаленій від них, знаходиться точковий заряд $2\cdot10^{-8}$ Кл. Відстань між точками А і В дорівнює 5 см. Знайти силу, що діє на заряд. $\varepsilon_0 = 8,85\cdot10^{-12}$ Ф/м.

( $2,9\cdot10^{-2}$ Н. )

**1.45.** Нескінченна циліндрична поверхня радіуса $R$ рівномірно заряджена з поверхневою густиною заряду $\sigma$. Визначити залежність напруженості електричного поля $E$ від відстані $r$ до осі циліндра.

$$\left( r < R : E = 0, \quad r > R : E = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r} \right).$$

**1.46.** Дві нескінченні коаксіальні циліндричні поверхні рівномірно заряджені з поверхневими густинами заряду $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$. Радіуси поверхонь $R_1$ і $R_2$ ($R_2 > R_1$).Знайти:

а) залежність напруженості поля $E$ від відстані $r$ до осі;

б) різницю потенціалів $U$ між циліндричними поверхнями.

$$\left( a)\; r < R_1 : E = 0, \quad R_1 < r < R_2 : E = \frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0 r}, \quad r > R_2 : E = 0; \quad б)\; U = \frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0} \ln\frac{R_2}{R_1}. \right)$$

**1.47.** Нескінченний циліндр радіуса $R$ = 5 см рівномірно заряджений з об'ємною густиною заряду $\rho = 10^{-8}$ Кл/м$^3$. Знайти:

а) залежність напруженості електричного поля від відстані до осі циліндра $E(r)$ і її значення $E(R)$ на поверхні циліндра;

б) різницю потенціалів $U$ між віссю циліндра та його поверхнею. $\varepsilon_0 = 8,85\cdot10^{-12}$ Ф/м.

$$\left( a)\; r < R : E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}, \; r > R : E = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}, \; E(R) = 50 \text{ В/м}; \quad б)\; U = \frac{\rho R^2}{4\varepsilon_0} = 1,25 \text{ В.} \right)$$

**1.48.** Нескінченний циліндр радіуса $R$ заряджений з об'ємною густиною заряду $\rho = \alpha r$, де $r$ – відстань від осі, $\alpha$ – стала. Знайти різницю потенціалів $U$ між віссю та поверхнею циліндра.

$$\left( U = \frac{\alpha R^3}{9\varepsilon_0}. \right)$$

**1.49.** Нескінченна площина заряджена з поверхневою густиною заряду $\sigma$ розташована перпендикулярно до осі $x$ і перетинає її при $x$ = 0. Визначити:

– величину та напрям напруженості електричного поля $\vec{E}$;
– залежність потенціалу від координати $\varphi(x)$ при $x > 0$ та $x < 0$, прийнявши потенціал при $x = 0$ $\varphi(0) = 0$;
– показати графіки залежностей $E_x(x)$ і $\varphi(x)$ для $\sigma > 0$ і $\sigma < 0$.

$$\left( E_x(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{|x|}, \quad \varphi(x) = -\frac{\sigma|x|}{2\varepsilon_0}. \right)$$

**1.50.** Дві паралельні нескінченні площини, що рівномірно заряджені з густиною заряду 1,0 нКл/м$^2$ і −1,0 нКл/м$^2$, розташовані на відстані 1,0 см одна від одної. Знайти напруженість електричного поля між пластинами $E_1$ та поза ними $E_2$, а також різницю потенціалів між пластинами $U$. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

( $E_1$ = 113 В/м, $E_2 = 0$; $U$ = 1,13 В ).

**1.51.** Напруженість електричного поля поза двома паралельними нескінченними рівномірно зарядженими площинами $E_0 = kE$, де $E$ – напруженість між пластинами, а $k$ – задане число. Знайти відношення поверхневих густин заряду на пластинах $\eta = \sigma_1/\sigma_2$. Окремо проаналізувати випадки $k > 1$, $k < 1$ і $k = 0$.

$$\left( \eta = \frac{k+1}{k-1}. \right)$$

**1.52.** Дві взаємно перпендикулярні нескінченні площини рівномірно заряджені з однаковою поверхневою густиною заряду $\sigma$. Показати на рисунку лінії поля вектора $\vec{E}$ в кожній з областей, на які площини ділять простір. Знайти модуль напруженості поля.

$$\left( E = \frac{\sigma}{\sqrt{2}\,\varepsilon_0}. \right)$$

**1.53.** Нескінченна пластина товщини $2d$ рівномірно заряджена з об'ємною густиною заряду $\rho$. Спрямувавши вісь $x$ перпендикулярно до пластини й розмістивши початок координат посередині між поверхнями пластини, визначити напруженість поля $E_x(x)$ у залежності від координати $x$ та різницю потенціалів $U$ між поверхнями.

$$\left( |x| \le d: E_x(x) = \frac{\rho x}{\varepsilon_0}, \ |x| \ge d: E_x = \pm\frac{\rho d}{\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{|x|}; \quad U = \frac{\rho d^2}{\varepsilon_0}. \right)$$

## 2. Діелектрики й провідники

2.1. Зв’язок між поляризованістю та поляризаційними (зв’язаними) зарядами:

$$P_n = \sigma'; \quad \oint_S \vec{P}\,\mathrm{d}\vec{S} = -\int_V \rho'\,\mathrm{d}V.$$

2.2. В ізотропному діелектрику:

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\vec{E}\,.$$

2.3. Вектор електричного зміщення (вектор $\vec{D}$):

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}\,;$$

в ізотропному діелектрику:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}\,.$$

2.4. Поле в ізотропному однорідному безмежному діелектрику, або обмеженому еквіпотенціальними поверхнями:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon}\,.$$

2.5. Теорема Гаусса для вектора $\vec{D}$:

$$\oint_S \vec{D}\,\mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho\,\mathrm{d}V\,.$$

2.6. Умови на межі двох ізотропних діелектриків:

$$D_{1n} = D_{2n}\,,\ \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}\,; \qquad \varepsilon_2 D_{1\tau} = \varepsilon_1 D_{2\tau}\,,\ E_{1\tau} = E_{2\tau}\,.$$

2.7. Електрична ємність відокремленого провідника та конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi}; \quad C = \frac{q}{U}.$$

2.8. Еквівалентна ємність паралельного сполучення конденсаторів:

при паралельному сполученні $\quad C = \sum C_i\,;$

при послідовному сполученні $\quad \dfrac{1}{C} = \sum \dfrac{1}{C_i}\,.$

2.9. Енергія взаємодії системи точкових зарядів

$$W = \frac{1}{2}\sum_i q_i\varphi_i\,.$$

2.10. Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}.$$

2.11. Об’ємна густина енергії електричного поля в ізотропному діелектрику:

$$w = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{ED}{2}.$$

**2.1.** Легеньку незаряджену кульку з діелектрика вносять в електричне поле, показане на рис. 2.1, й вивільняють. Що буде відбуватися з кулькою далі в кожному випадку?

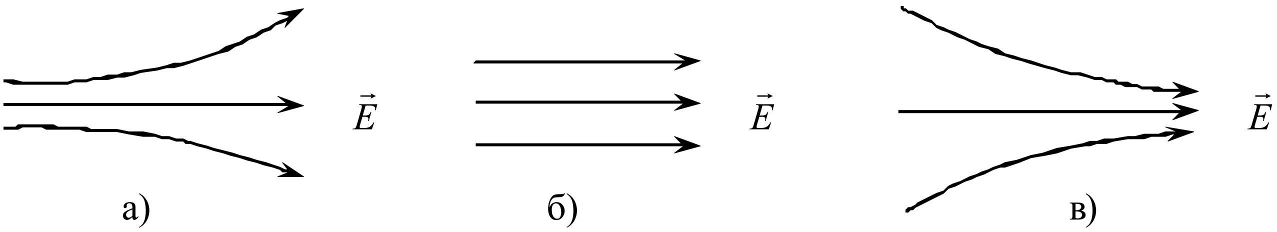


**Рис. 2.1.**

**2.2.** Між двома паралельними площинами, що заряджені з однаковою густиною заряду $\sigma$ і $-\sigma$, знаходиться паралельна плоска пластина діелектрика з проникністю $\varepsilon$. Знайти поляризованість пластини $P$ та густину зв'язаних зарядів $\sigma'$ на її поверхнях.

$$\left( P = \sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\sigma. \right)$$

**2.3.** Точковий заряд $q$ знаходиться в діелектричному середовищі з проникністю $\varepsilon$. Визначити:

– поляризованість діелектрика $P(r)$ як функцію відстані $r$ від заряду $q$;

– величину зв'язаного (поляризаційного) заряду $q'$ всередині сфери довільного радіуса $r$.

$$\left( P = \frac{(\varepsilon - 1)q}{4\pi\varepsilon r^2}; \quad q' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}q. \right)$$

**2.4.** Куля радіуса $R$ із діелектрика з проникністю $\varepsilon_1 = 2$, яка рівномірно заряджена по об'єму стороннім зарядом $Q$, знаходиться в діелектричному середовищі з проникністю $\varepsilon_2 = 3$. Визначити електричне зміщення $D(r)$ і напруженість поля $E(r)$ у всьому просторі як функцію відстані $r$ від центра кулі та зобразити графіки цих залежностей.

$$\left( r < R : D(r) = \frac{Qr}{4\pi R^3},\ E(r) = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 R^3}; \qquad r \geq R:\ D(r) = \frac{Q}{4\pi r^2},\ E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2 r^2}. \right)$$

**2.5.** Куля радіуса $R$ = 6 см із діелектрика з проникністю $\varepsilon$ = 2 рівномірно заряджена з о об'ємною густиною заряду $\rho$ = 17,7 нКл/м$^3$. Знайти напруженість електричного поля на відстані $r$ = 3 см від поверхні кулі. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

$$(10\,\text{В/м}; \quad 17{,}8\,\text{В/м}.)$$

**2.6.** Нескінченний металевий циліндр радіуса $R$, який заряджений з поверхневою густиною заряду $\sigma$, оточений коаксіальним циліндричним шаром діелектрика з радіусами $R_1 = 2R$ і $R_2 = 3R$ та проникністю $\varepsilon$ = 2. Для всього простору розрахувати та показати на графіку залежність від відстані $r$ до осі циліндра:

– а) зміщення $D(r)$;
– б) напруженості поля $E(r)$.

$$\left( a)\; r<R: D(r)=0,\; r\ge R: D(r)=\frac{\sigma R}{r}; \qquad б)\; r<R:\; E(r)=0, \right.$$

$$\left. R\le r\le 2R \text{ і } r\ge 3R:\; E(r)=\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r},\; 2R\le r\le 3R:\; E(r)=\frac{\sigma R}{\varepsilon_0\varepsilon r}. \right)$$

**2.7.** Між двома паралельними плоскими металевими пластинами (плоский конденсатор) приєднаними до джерела напруженість електричного поля дорівнює $E_0$. Половину зазору між пластинами заповнюють діелектриком із проникністю $\varepsilon$ так, що він прилягає тільки до однієї пластини. Знайти напруженості $E_1$, $E_2$ та зміщення $D_1$, $D_2$ поля між пластинами в повітрі та в діелектрику, якщо при введенні діелектрика пластини:
– а) лишалися приєднаними до джерела напруги;
– б) були від'єднані від джерела.

$$\left( a)\; D_1=D_2=\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 E_0}{\varepsilon+1};\, E_1=\frac{2\varepsilon E_0}{\varepsilon+1},\, E_2=\frac{2E_0}{\varepsilon+1}; \quad б)\; D_1=D_2=\varepsilon_0 E_0;\, E_1=E_0,\, E_2=\frac{E_0}{\varepsilon}. \right)$$

**2.8.** Розв'язати попередню задачу за умови, що діелектрик прилягає до обох пластин.

$$\left( a)\; D_1=\varepsilon_0 E_0,\, D_2=\varepsilon\varepsilon_0 E_0,\, E_1=E_2=E_0; \quad б)\; D_1=\frac{2\varepsilon_0 E_0}{\varepsilon+1},\, D_2=\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 E_0}{\varepsilon+1};\, E_1=E_2=\frac{2E_0}{\varepsilon+1}. \right)$$

**2.9.** В однорідне електричне поле з напруженістю $E_0$ = 173,2 В/м у вакуумі вмістили плоску пластину діелектрика з проникністю $\varepsilon$ = 3 так, що вектор $\vec{E}_0$ напрямлений під кутом $\alpha_0$ = 60° до поверхонь пластини. Знайти величину та напрям векторів $\vec{D}$ і $\vec{E}$ у пластині. $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м.

( $E$ =100 В/м, $D$ = 2,65 нКл/м$^2$; *під кутом* $\alpha$ = 30° *до поверхонь пластини*.)

**2.10.** Дві закріплені металеві кулі заряджені один раз однойменними, а інший – такими самими, але різнойменними зарядами. Порівняти сили взаємодії між кулями $F_1$ і $F_2$ в обох випадках.

( $F_1 < F_2$. )

**2.11.** Напруженість електричного поля біля поверхні великого плоского зарядженого листа жерсті дорівнює 50 В/м. Якою стане напруженість біля поверхні, якщо лист згорнути в циліндр?

(0; 100 В/м.)

**2.12.** Металева куля радіуса 5 см має заряд 1 нКл. Знайти напруженість та потенціал поля кулі на відстані 1 см від поверхні. $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9\cdot 10^9$ м/Ф .

( 0, *або* 2500 В/м; 180 В, *або* 150 В. )

**2.13.** Металеву кульку радіуса $R_1$ = 1,0 см, яка має заряд 0,12 нКл, з'єднують довгою тонкою дротиною з металевою кулькою радіуса $R_2$ = 2,0 мм. Знайти поверхневі густини заряду на кульках та напруженості електричного поля біля їх поверхонь після з'єднання. $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

($\sigma_1$ = 8,0 нКл/м$^2$, $\sigma_2$ = 0,4 мкКл/м$^2$; $E_1$ = 9 кВ/м, $E_2$ = 45 кВ/м.)

**2.14.** Металева кулька радіуса 3,0 мм із зарядом 0,02 нКл розташована всередині незарядженої металевої сферичної оболонки радіуса 10 см так, що не торкається неї. Знайти поверхневу густину заряду та напруженість електричного поля біля поверхні для кульки ($\sigma_1$, $E_1$) та оболонки ($\sigma_2$, $E_2$) після того, як тіла з'єднали дротиною. $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

($\sigma_1$ = 0, $E_1$ = 0; $\sigma_2$ = 0,16 нКл/м$^2$, $E_2$ = 18 В/м *назовні й* $E_2$ = 0 *всередині.* )

**2.15.** Металеву кульку радіуса $R_1$ = 5 мм, яка заряджена до потенціалу $\varphi_0$ = 90 В, з'єднують довгою тонкою дротиною з незарядженою металевою сферичною оболонкою радіуса $R_2$ = 4,5 см. Знайти потенціал кульки $\varphi$ після з'єднання.

$$\left(\varphi = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\varphi_0 = 9\,\text{В.}\right)$$

**2.16.** Розв'язати попередню задачу за умови, що кулька знаходиться всередині оболонки й спочатку не контактує з нею.

$$\left(\varphi = \frac{R_1}{R_2}\varphi_0 = 10\,\text{В.}\right)$$

**2.17.** $N$ = 27 однакових заряджених крапельок ртуті злилися в одну краплю. Знайти її потенціал $\varphi$, якщо потенціал кожної крапельки до злиття дорівнював $\varphi_1$ = 10 В. Краплі вважати кульками.

$$\left(\varphi = N^{2/3}\varphi_1 = 90\,\text{В.}\right)$$

**2.18.** Заряджена крапля ртуті при падінні на поверхню діелектрика розбилася на $N$ = 8 однакових крапельок. Знайти їх потенціал $\varphi$, якщо потенціал великої краплі до розбивання дорівнював $\varphi_0$ = 10 В. Краплі вважати кулями, поляризацію діелектрика не враховувати.

$$\left(\varphi = N^{-\frac{2}{3}}\varphi_0 = 2,5\,\text{В.}\right)$$

**2.19.** Уважаючи Землю провідною кулею радіуса $R$ = 6400 км, знайти її ємність. $k = \left(1/4\pi\varepsilon_0\right) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф.

( 711 мкФ )

**2.20.** Нехтуючи крайовим ефектом, вивести формулу ємності плоского конденсатора з площею обкладки $S$ і відстанню між обкладками $d$, якщо конденсатор заповнений:

1) однорідним діелектриком із проникністю $\varepsilon$;
2) двома шарами діелектрика з проникностями $\varepsilon_1$ і $\varepsilon_2$, товщини котрих відносяться, як 1: 2;

3) діелектриком, проникність якого лінійно збільшується у перпендикулярному до пластин напрямку від значення $\varepsilon_1$ до $\varepsilon_2$.

$$\left( 1)\ C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d};\quad 2)\ C = \frac{3\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{(2\varepsilon_1 + \varepsilon_2) d};\quad 3)\ C = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) S}{d \ln(\varepsilon_2 / \varepsilon_1)}. \right)$$

**2.21.** Вивести формулу ємності сферичного конденсатора з радіусами об кладок $R_1$ та $R_2$, заповненого однорідним діелектриком із проникністю $\varepsilon$.

$$\left( C = \frac{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R_1 R_2}{(R_1 - R_2)}. \right)$$

**2.22.** Нехтуючи крайовим ефектом, отримати формулу ємності циліндричного конденсатора з радіусами обкладок $R_1$ і $R_2$ та довжиною $l$, що заповнений однорідним діелектриком із проникністю $\varepsilon$ .

$$\left( C = \frac{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon l}{\ln(R_2 / R_1)}. \right)$$

**2.23.** Плоский конденсатор ємності $C$ = 10000 пФ має заряд $Q$ = 10 мкКл.

– Який вигляд мають лінії електричного поля зарядженого плоского конденсатора?
– Чому дорівнює робота, яку треба виконати, щоби перенести кульку із зарядом $q$ = 100 мкКл з точки 1 в точку 2, якщо вони розташовані назовні по різні боки від пластин конденсатора.

$$\left( A = \pm \frac{qQ}{C} = \pm 0{,}1\,\text{Дж}. \right)$$

**2.24.** Обкладки плоского конденсатора щільно прилягають до пластини діелектрика з проникністю $\varepsilon = 6$ і товщиною $d$ = 1 мм. Який тиск будуть створювати обкладки на діелектрик при напрузі на конденсаторі $U$ = 1 кВ?

$$\left( P = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{2d^2} \approx 25{,}6\,\text{Па}. \right)$$

**2.25.** На пластини плоского конденсатора ємності $C$ = 30 мкФ помістили заряди $q_1$ = 2 мКл і $q_2 = 4\, q_1$, відповідно. Чому дорівнює напруга на конденсаторі?

$$\left( U = \frac{3q_1}{2C} = 100\,\text{В}. \right)$$

**2.26.** Визначити ємність сферичного конденсатора з радіусами обкладок $R_1 = R$ та $R_2 = 2R$, заповненого неоднорідним діелектриком із проникністю $\varepsilon = \alpha/r^2$, де $r$ – відстань до центра конденсатора, $\alpha$ = 1,8 м$^2$ і $R$ = 10 см. $k = \left(1/4\pi\varepsilon_0\right) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф

$$\left( C = \frac{4\pi\varepsilon_0 \alpha}{R_2 - R_1} = 2000\,\text{пФ}. \right)$$

**2.27.** Сферичний повітряний конденсатор із радіусами обкладок $R_1$ = 3 см і $R_2$ = 9 см пробивається при напрузі $U_0$ = 40 кВ. Визначити електричну міцність повітря за таких умов, тобто напруженість поля $E_0$, при якій настає електричний пробій діелектрика.

$$\left( E_0 = \frac{R_2 U_0}{R_1(R_2 - R_1)} = 20\,\text{кВ/см.} \right)$$

**2.28.** Радіус зовнішньої обкладки повітряного сферичного конденсатора $R = 8$ см, а радіус внутрішньої $r$ підібрано так, що пробивна напруга конденсатора $U_0$ є максимально можливою. Знайти величину $U_0$, якщо електрична міцність повітря (напруженість поля при якій настає електричний пробій) $E_0 = 25$ кВ/см?

$$\left( U_0 = \frac{E_0 R}{4} = 50\,\text{кВ.} \right)$$

**2.29.** Визначити ємність циліндричного конденсатора з радіусами обкладок $R_1$ і $R_2 = 2R_1$ та довжиною $l = 2{,}0$ см, заповненого двома шарами діелектрика однакової товщини і з проникностями $\varepsilon_1 = 7{,}0$ та $\varepsilon_2 = 2{,}5$. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

$$\left( C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 l}{\varepsilon_1 \ln(4/3) + \varepsilon_2 \ln(3/2)} \approx 58\,\text{пФ.} \right)$$

**2.30.** Циліндричний конденсатор із радіусами обкладок $R_1 = R$ і $R_2 = 2R$, $R = 5$ мм, та довжиною $l = 4$ см, заповнений неоднорідним діелектриком із проникністю $\varepsilon = \alpha/r$, де $r$ – відстань до осі конденсатора, і $\alpha = 36$ см. Визначити ємність конденсатора. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

( $C = 4\pi\varepsilon_0 \alpha l / R = 40$ пФ.)

**2.31.** Між обкладками плоского повітряного конденсатора ємності $C_0$ паралельно до них розмістили металеву пластину, товщина котрої в $n$ разів менша за відстань між обкладками. Якою стала ємність конденсатора $C$? Чи залежить вона від положення пластини?

$$\left( C = \frac{n}{n-1} C_0. \right)$$

**2.32.** Між обкладками плоского повітряного конденсатора ємності $C_0 = 60$ пФ паралельно до них розмістили пластину діелектрика з проникністю $\varepsilon = 4$, товщина котрої складає третину відстані між обкладками. Якою стала ємність конденсатора $C$? Чи залежить вона від положення пластини?

$$\left( C = \frac{3\varepsilon}{1 + 2\varepsilon} C_0 = 80\ \text{пФ.} \right)$$

**2.33.** Два паралельно з’єднані однакові плоскі повітряні конденсатори мають загальну ємність $C_0$. Якою стане ємність з’єднання $C$, якщо в одному конденсаторі відстань між пластинами збільшити в $n$ разів, а в іншому – зменшити в $n$ разів?

$$\left( C = \frac{n^2 + 1}{2n} C_0. \right)$$

**2.34.** Розв'язати попередню задачу для випадку послідовного з'єднання конденсаторів.

$$\left( C = \frac{2n}{n^2+1} C_0. \right)$$

**2.35.** Ємність послідовного з'єднання двох конденсаторів дорівнює 15 мкФ, а паралельного – 80 мкФ. Знайти ємність кожного конденсатора.

( 20 мкФ і 60 мкФ. )

**2.36.** Скільки всього різних ємностей можна отримати, маючи в своєму розпорядженні три однакових конденсатори з ємністю 30 мкФ кожен? Показати схеми з'єднань обчислити всі ємності.

( 7 *різних ємностей*. )

**2.37.** Простір між обкладками повітряного конденсатора ємності $C_0$ заповнили діелектриком з проникністю $\varepsilon$. Знайти, якої ємності конденсатор треба приєднати до нього, щоб ємність системи була рівною $C_0$.

$$\left( C = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} C_0. \right)$$

**2.38.** Горизонтальний повітряний плоский конденсатор наполовину занурюють у гас ($\varepsilon = 2$), відтак його ємність становить $C$. На скільки треба занурити в гас цей конденсатор, поставлений вертикально, щоб його ємність теж дорівнювала $C$?

( *на третину*. )

**2.39.** Якщо до конденсатора ємності $C$ послідовно приєднати конденсатор невідомої ємності $C_x$, то ємність з'єднання буде $C_0 = C/n$. Знайти величину $C_x$.

$$\left( C_x = \frac{C}{n-1}. \right)$$

**2.40.** До конденсатора ємності $C$ = 25 мкФ, який заряджений до напруги $U$ = 100 В, приєднали невідомий незаряджений конденсатор. Відтак напруга впала до величини $U_1$ = 20 В. Знайти ємність $C_x$ невідомого конденсатора.

$$\left( C_x = \frac{U - U_1}{U_1} C = 100\,\text{мкФ}. \right)$$

**2.41.** Два з'єднані між собою конденсатори ємності $C_1$ = 20 мкФ і $C_2$ = 30 мкФ підключили до джерела з напругою $U$ = 150 В. Знайти напругу та заряд кожного конденсатора, якщо вони з'єднані: а) паралельно і б) послідовно.

$$\left( \begin{array}{l} \text{а)}\, U_1 = U_2 = 150\,\text{В}, \quad q_1 = 3 \cdot 10^{-3}\,\text{Кл}, \quad q_2 = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\,\text{Кл}; \\ \text{б)}\, U_1 = 90\,\text{В}, \quad U_2 = 60\,\text{В}, \quad q_1 = q_2 = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\,\text{Кл}. \end{array} \right)$$

**2.42.** Два повітряні конденсатори $C_1$ = 100 пФ і $C_2$ = 200 пФ з'єднані послідовно й підключені до джерела з напругою $U$ = 300 В. Потім другий конденсатор заповнили діелектриком проникністю $\varepsilon = 2$. Знайти заряд і напругу на кожному конденсаторі: а) до і б) після введення діелектрика.

$$\begin{pmatrix} \text{а) } q_1 = q_2 = 36\,\text{нКл}, & U_1 = 200\,\text{В}, & U_2 = 100\,\text{В}; \\ \text{б) } q_1 = q_2 = 24\,\text{нКл}, & U_1 = 240\,\text{В}, & U_2 = 60\,\text{В}. \end{pmatrix}$$

**2.43.** Є довільна система закріплених точкових зарядів. Що буде відбуватися з електростатичною енергією системи, якщо заряди вивільнити? Чому?

**2.44.** Електростатична енергія системи з трьох однакових точкових зарядів, які розміщені на одній прямій на відстані $a$ один від одного, дорівнює $W$ = 0,5 Дж. Яку роботу треба виконати, щоб розмістити заряди у вершинах правильного трикутника зі стороною $a$?

( 0,1 Дж. )

**2.45.** Довести, що енергію поля, створюваного зарядженою металевою кулею у всьому просторі, можна визначити за формулою $W = q^2/2C$, де $q$ – заряд, а $C$ – ємність кулі.

**2.46.** Куля радіуса $R$ = 10 см із діелектрика з проникністю $\varepsilon$ = 4 однорідно заряджена з об'ємною густиною заряду $\rho$ = 1,0 мКл/м$^3$. Знайти енергію $W$ електричного поля всередині кулі. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

$$\left( W = \frac{2\pi\rho^2 R^5}{45\varepsilon_0\varepsilon} \approx 39\,\text{мДж.} \right)$$

**2.47.** Куля із діелектрика з проникністю $\varepsilon$ = 4 однорідно заряджена по об'єму. Знайти, яку частку $\eta$ (%) складає енергія електричного поля в кулі по відношенню до енергії поля в навколишньому просторі.

$$\left( \eta = \frac{1}{5\varepsilon} = 5\%. \right)$$

**2.48.** Металева куля радіуса $R$ = 2 см, яка має заряд $q$ = 6 мкКл, розташована в центрі діелектричного кульового шару з радіусами $R_1$ = 2$R$ і $R_2$ = 3$R$ і проникністю $\varepsilon$ = 3. Знайти енергію електричного поля в діелектрику $W$. $k = (1/4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф.

$$\left( W = \frac{q^2}{48\pi\varepsilon_0\varepsilon R} == 0{,}9\,\text{Дж.} \right)$$

**2.49.** Металева заряджена куля радіуса $R$ оточена концентричним шаром діелектрика з радіусами $R_1$ = 2$R$ і $R_2$ = 3$R$ і проникністю $\varepsilon$ = 2. Знайти енергію електричного поля кулі в повітрі $W_0$, якщо енергія поля в діелектрику $W$ = 1 Дж. $k = (1/4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф.

( 10 Дж.)

**2.50.** Конденсатор заряджають від джерела напруги. Знайти ККД заряджання $\eta$, тобто відношення енергії, отриманої конденсатором, до енергії, яку витратило при заряджанні джерело.

( $\eta$ = 50%.)

**2.51.** До конденсатора $C_1$ = 25 мкФ, який заряджений до напруги $U_0$ = 100 В, приєднали незаряджений конденсатор $C_2$ = 100 мкФ. Відтак напруга впала до величини $U$ = 20 В. Знайти, яку енергію $W_2$ при цьому отримав конденсатор $C_2$, та яку енергію $W$ втратив конденсатор $C$. Відповідь пояснити.

( $W_2$ = 20 мДж; $W$ = 120 мДж. )

**2.52.** Знайти відношення кінцевої та початкової енергії $W_2 : W_1$ та кінцевої і початкової об'ємної густини енергії $w_2 : w_1$ поля зарядженого плоского повітряного конденсатора при збільшенні відстані між пластинами в 2 рази, коли конденсатор: а) був попередньо відключений від джерела напруги і б) лишався приєднаним до джерела. Відповіді пояснити.

$\left(\text{а) } W_2 : W_1 = 2{:}1,\ w_2 : w_1 = 1{:}1; \qquad \text{б) } W_2 : W_1 = 1:2, w_2 : w_1 = 1:4.\right)$

**2.53.** У зазор між обкладками зарядженого плоского повітряного конденсатора вміщують пластину діелектрика з проникністю $\varepsilon$ = 4 і товщиною, рівною відстані між обкладками. Знайти відношення кінцевої та початкової енергій $W_2 / W_1$ та об'ємних густин енергії $w_2 / w_1$ електричного поля в конденсаторі. Розглянути випадки:

– а) конденсатор був попередньо відімкнений від джерела;
– б) конденсатор лишався приєднаним до джерела.

Пояснити отримані відповіді.

$\left(\text{а) } W_2 / W_1 = w_2 / w_1 = 1/4;\ \text{б) } W_2 / W_1 = w_2 / w_1 = 4.\right)$

**2.54.** У плоскому повітряному конденсаторі ємності $C$ = 20 мкФ, зарядженому до напруги $U$ = 100 В, відстань між пластинами збільшують удвічі. Знайти роботу $A$, яку при цьому виконують, а також зміну енергії конденсатора $\Delta W$. Відповіді пояснити. Розглянути випадки:

а) конденсатор був попередньо відімкнений від джерела;
б) конденсатор лишався приєднаним до джерела.

$$\left(\begin{array}{l} \text{а) } A = \Delta W = \dfrac{CU^2}{2} = 100\,\text{мДж}; \\ \text{б) } A = \dfrac{CU^2}{4} = 50\,\text{мДж}, \quad \Delta W = -\dfrac{CU^2}{4} = -50\,\text{мДж}. \end{array}\right)$$

# *3. Електричний струм*

3.1. Густина струму $\vec{j}$ в провіднику з одним типом носіїв та її зв'язок із величиною струму $I$:

$$\vec{j} = en\vec{v}; \qquad I = \int_S \vec{j}\,\mathrm{d}\vec{s}\,.$$

3.2. Закон Ома в локальній (диференціальній) формі:

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_{стор}) = \frac{\vec{E} + \vec{E}_{стор}}{\rho}.$$

3.3. Електрорушійна сила (ЕРС):

$$\mathcal{E} = \int \vec{E}_{стор}\mathrm{d}\vec{l}\,.$$

3.4. Спад напруги на довільній ділянці кола:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}\,.$$

3.5. Закон Ома:

узагальнений $$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R};$$

для однорідної ділянки $$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R};$$

для замкненого контуру $$I = \frac{\mathcal{E}}{R_0} = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

3.6. Електричний опір:

однорідного провідника сталого перерізу $R = \rho\dfrac{l}{s}$;

провідника, в якому $\rho$ змінюється по довжині $R = \displaystyle\int \rho\frac{\mathrm{d}l}{s}$;

провідника, в якому $\rho$ змінюється по перерізу $\dfrac{1}{R} = \displaystyle\int \frac{\mathrm{d}s}{\rho l}$.

3.7. Еквівалентний опір *N* резисторів:

при послідовному сполученні $$R_{пос} = \sum_{i=1}^{N} R_i\,;$$

при паралельному сполученні $$\frac{1}{R_{пар}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}.$$

3.8. Правила Кірхґофа для розгалужених кіл:

$$\sum_{i=1}^{N} I_i = 0\,;$$

$$\sum_i \mathcal{E}_i = \sum_i I_i R_i\,.$$

3.9. Повна $P$ та питома $w$ потужність струму на довільній ділянці кола:

$$P = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = UI,\ U - \textit{спад напруги};\qquad w = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}V} = \vec{j}\vec{E}\,.$$

3.10. Повна $P_q$ та питома теплова $w_q$ потужність струму (закон Джоуля):

$$P_q = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = I^2 R;\qquad w_q = \frac{\mathrm{d}P_q}{\mathrm{d}V} = j^2\rho\,.$$

**3.1.** Дротину круглого перерізу з пластичного металу протягли крізь калібрований круглий отвір так, що її довжина збільшилась удвічі, відтак отримали провідник з опором $R$. Яким був початковий опір дротини?

( $R/4$. )

**3.2.** Моток ізольованого мідного дроту має масу 40 г і опір 8,9 Ом. Чому дорівнюють довжина та площа перерізу дроту? Питомий опір міді $1{,}6\cdot10^{-8}$ Ом·м, густина $8{,}9$ г/см$^3$.

( 50 м, 0,09 мм$^2$. )

**3.3.** Вивести формули (3.7).

**3.4.** Як зміниться опір провідника (без ізоляції), якщо його скласти навпіл і з'єднати кінцями?

(*зменшиться в* 4 *рази*.)

**3.5.** Довгу дротину опором $R_0$ розрізали на $n$ однакових кусків і з'єднали їх кінці так, що утворився багатожильний провідник. Знайти опір утвореного провідника $R$

( $R = R_0/n^2$. )

**3.6.** Багатожильний провідник, який складається з $n$ окремих дротин (жил) і має опір $R_0$, розібрали на окремі жили та з'єднали їх так, що утворилася одна довга дротина. Знайти її опір $R$.

( $R = n^2R_0$. )

**3.7.** Опір послідовного з'єднання двох резисторів $R_1$ = 50 Ом, а паралельного з'єднання $R_2$ = 8 Ом. Знайти опір кожного резистора.

( 10 Ом і 40 Ом. )

**3.8.** Коли до резистора опором 10 Ом паралельно приєднали невідомий резистор, то опір з'єднання виявився рівним 2 Ом. Чому дорівнює опір невідомого резистора?

( 2,5 Ом. )

**3.9.** Опір паралельного з'єднання двох резисторів $R_0 = 2R/3$, де $R$ – опір одного з них. Чому дорівнює опір іншого резистора? ( $2R$. )

**3.10.** Три резистори $R_1$ = 2,0 Ом, $R_2$ = 4,0 Ом і $R_3$ = 6,0 Ом з'єднали так, що загальний опір $R_0$ дорівнює: а) 4,4 Ом; б) 3,0 Ом. Показати схеми з'єднання.

**3.11.** Студент має тільки два резистори, але використовуючи їх окремо, або з'єднуючи між собою, може одержати опори 3 Ом, 4 Ом, 12 Ом та 16 Ом. Які опори мають ці резистори?

(4 Ом, 12 Ом. )

**3.12.** Скільки всього різних опорів можна отримати, маючи в своєму розпорядженні три резистори із опором 300 Ом кожен? Показати схеми з'єднань і обчислити всі опори.

( 7 *різних опорів*. )

**3.13.** Простір між двома концентричними металевими сферами з радіусами $a$ та $b > a$ заповнений однорідним ізотропним середовищем із питомим опором $\rho$. Знайти опір $R$ цього середовища.

$$\left( R = \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right). \right)$$

**3.14.** Простір між двома тонкими коаксіальними металевими циліндрами з радіусами $a$ та $b > a$ і довжиною $l$ заповнений однорідним ізотропним середовищем із питомим опором $\rho$. Знайти опір $R$ цього середовища.

$$\left( R = \frac{\rho}{2\pi l}\ln\frac{b}{a}. \right)$$

**3.15.** Визначити опір провідника з діаметром $d$ і довжиною $l$, якщо його питомий опір:

а) змінюється вздовж провідника за лінійним законом від $\rho_1 = \rho_0$ на одному кінці провідника до $\rho_2 = 3\rho_0$ на іншому, де величина $\rho_0$ відома;

б) залежить тільки від відстані $r$ до осі провідника за законом $\rho = \alpha r$, $\alpha$ – задана стала.

( а) $R = 8\rho_0 l/\pi d^2$; б) $R = \alpha l/\pi d$. )

**3.16.** Плоский конденсатор ємністю $C$ = 0,1 мкФ заповнено діелектриком із проникністю $\varepsilon = 2$ і питомим опором $\rho = 10^{10}$ Ом·м. Чому дорівнює опір $R$ конденсатора? $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

$$\left( R = \varepsilon_0 \varepsilon \rho / C = 1{,}77 \text{ ГОм.} \right)$$

**3.17.** Пучок електронів, що має поперечний переріз 5 мм$^2$, налітає по нормалі на заземлену металеву пластину без відбивання. Швидкість електронів у пучку $10^5$ м/с, їх концентрація $2 \cdot 10^{22}$ м$^{-3}$. Знайти силу струму у шині, якою заземлено пластину. $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

( 1600 А. )

**3.18.** Густина струму в циліндричному стержні радіуса $R$ = 10 мм залежить від відстані $r$ до осі стержня, як $j = 20r$ (усі величини в основних одиницях СІ). Визначити силу струму у стержні.

( 42 мкА. )

**3.19.** Оцінити дрейфову швидкість (швидкість упорядкованого руху) електронів у мідному провіднику перерізом 1 мм$^2$ при силі струму 100 А, прийнявши концентрацію вільних електронів 10$^{23}$ см$^{-3}$. Зважаючи на отриманий результат, пояснити, чому лампи в кімнаті загоряються практично миттєво після вмикання, хоча вони розташовані далеко від джерела напруги. $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

( 6,25 мм/с.)

**3.20.** Дві паралельні вертикальні квадратні пластини зі стороною $a$ = 300 мм закріплені на відстані $d$ = 2 мм одна від одної та підключені до джерела постійної напруги $U$ = 250 В. Який струм $I$ потече через джерело, коли пластини почнуть занурювати у дистильовану воду зі сталою швидкістю $v$ = 5,0 мм/с? Воду вважати ідеальним діелектриком із проникністю $\varepsilon$ = 81. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

$$\left( I = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)avU}{d} \approx 0{,}13\,\text{мкА.} \right)$$

**3.21.** Знайти напруженість електричного поля у мідній дротині з діаметром 1,5 мм при силі струму 10 А. Питомий опір міді $1{,}6 \cdot 10^{-8}$ Ом $\cdot$ м

( 90,5 мВ/м.)

**3.22.** Електричний струм тече по двох провідниках довжини $l_1$ і $l_2$ та діаметра $d_1$ і $d_2$, що виготовлені з одного металу. Визначити відношення напруженостей електричного поля в провідниках $E_1/E_2$, якщо вони з'єднані: а) послідовно; б) паралельно.

( а) $E_1/E_2 = (d_2/d_1)^2$;   б) $E_1/E_2 = l_2/l_1$.)

**3.23.** Електричний струм тече по з'єднаних мідному та алюмінієвому провідниках однакового перерізу й маси. Знайти відношення напруженостей електричного поля $E_1/E_2$ та напруг $U_1/U_2$ у провідниках, якщо вони з'єднані: а) послідовно; б) паралельно.

( а) $E_1/E_2$ = 0,64, $U_1/U_2 \approx 0{,}2$;   б) $E_1/E_2$ = 3,3, $U_1/U_2$ = 1.)

**3.24.** Максимальний струм, який можна виміряти амперметром із власним опором $R_0$, дорівнює $I_0$. Що треба зробити, аби збільшити діапазон вимірюваних цим амперметром струмів у $n$ разів? Зробити розрахунок.

**3.25.** Що треба зробити, щоб мілівольтметром, який має власний опір $R_0$ і розрахований на вимірювання напруг $U \le U_0$, можна було вимірювати напруги $U \le nU_0$? Зробити розрахунок.

**3.26.** Міліамперметр із власним опором 0,9 Ом розрахований на вимірювання струмів до 100 мА. Які струми можна буде вимірювати цим приладом, якщо приєднати до його клем резистор опором 100 мОм?

(≤ 1,0 А)

**3.27.** Міліамперметр із власним опором 1 Ом розрахований на вимірювання струмів до 100 мА. Що треба зробити, щоб цим приладом можна було вимірювати напруги до 100 В? Зробити розрахунок.

**3.28.** Якою має бути ЕРС джерела у схемі на рис. 3.1, аби напруженість електричного поля у плоскому конденсаторі становила 5,4 кВ/м? Внутрішній опір джерела 0,5 Ом, опір резистора 4,5 Ом, відстань між пластинами конденсатора 1,0 мм.

( 6 В.)

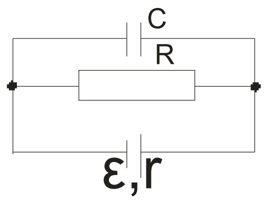


**Рис. 3.1**

**3.29.** Чому дорівнює заряд на конденсаторі у схемі на рис. 3.2?

$\left(q = C\mathcal{E}R_2/(R_1 + R_2)\right)$

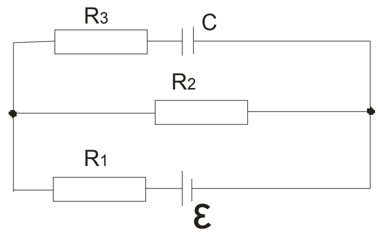


**Рис. 3.2**

**3.30.** Напруга на резисторі опором 5,0 Ом, який підключений до клем джерела, складає 80% від ЕРС джерела. Знайти внутрішній опір джерела.

( 1,25 Ом. )

**3.31.** Якщо до джерела з ЕРС 36 В приєднати резистор 17 Ом, то струм у колі дорівнює 2 А. Знайти струм короткого замикання джерела.

( 36 А. )

**3.32.** Коло складається з джерела та підключеного до нього резистора. При опорі резистора $R_1$ струм у колі дорівнює $I_1$, а при опорі $R_2$ струм дорівнює $I_2$. Визначити ЕРС $\mathcal{E}$ та внутрішній опір $r$ джерела.

$$\left(\mathcal{E} = \frac{I_1 I_2 (R_1 - R_2)}{I_2 - I_1}, \quad r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1}.\right)$$

**3.33.** «Чорний ящик» містить невідомі джерела струму та резистори, якось з'єднані між собою. Коли до виводів «ящика» підключили опір $R_1$ = 10 Ом, то по ньому пішов струм 1,0 А, а коли $R_1$ замінили на опір $R_2$ = 13 Ом, струм став рівним 0,8 А. Який опір $R_3$ треба поставити замість $R_2$, щоб струм дорівнював 0,5 А?

( 22 Ом. )

**3.34.** Два джерела з ЕРС і внутрішніми опорами $\mathcal{E}_1 = 4{,}5\,\text{В}$ і $r_1 = 0{,}9$ Ом та $\mathcal{E}_2 = 1{,}5\,\text{В}$ і $r_2 = 0{,}3\,\text{Ом}$ з'єднані однойменними полюсами. Який струм протікає по джерелах?

( 2,5 А. )

**3.35.** Три джерела з ЕРС $\mathcal{E}_1 = 8\,\text{В}, \mathcal{E}_2 = 3\,\text{В}$ і $\mathcal{E}_3 = 4\,\text{В}$ та однаковими внутрішніми опорами по $r = 2\,\text{Ом}$ з'єднані однойменними полюсами. Знайти силу струму в кожному джерелі.

( 1,5 А, 1,0 А. 0,5 А. )

**3.36.** Знайти різницю потенціалів між точками *a*-*b*, *b*-*c* і *c*-*a* у схемі на рис. 3.3 при силі струму 1 А, якщо $\mathcal{E}$ = 5 В, $R_1$ = 3,7 Ом, $R_2$ = 5,6 Ом. Внутрішнім опором джерела знехтувати. Розглянути випадки, коли струм йде в напрямку: а) $a \to$ с і б) с $\to$ а.

( а): $U_{ab}$ = 3,7 В, $U_{bc}$ = 0,6 В, $U_{ca}$ = – 4,3 В);
б): $U_{ab}$ = – 3,7 В, $U_{bc}$ = – 10,6 В, $U_{ca}$ = 14,3 В. )

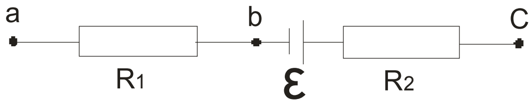


**Рис. 3.3**

**3.37.** Знайти різницю потенціалів між точками *a* і *b* у схемі на рис. 3.4. $\mathcal{E}_1$ = 20 В, $\mathcal{E}_2$ = 5,0 В, $\mathcal{E}_3$ = 2,0 В, $R_1$ = 1,0 Ом, $R_2$ = 2 Ом, $R_3$ = 3 Ом.

($U_{ab}$ = – 11,5 В.)

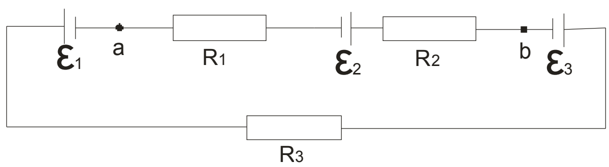


**Рис. 3.4**

**3.38.** Чому дорівнює різниця потенціалів між точками *a*–*b* схеми на рис. 3.5, якщо $\mathcal{E}_1$ = 1,5 В, $\mathcal{E}$ = 2 В, $R_1$ = 0,5 Ом, $R_2$ = 0,3 Ом, $R$ = 2 Ом? Який струм тече по резистору $R$?

($U_{ab}$ = 1,66 В; $I$ = 0,83 А.)

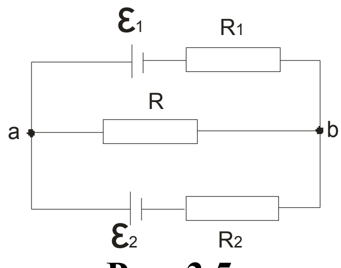


**Рис. 3.5.**

**3.39.** У схемі рис. 3.5 полярність одного з джерел змінили на протилежну. При якому відношенні ЕРС $\mathcal{E}_1 / \mathcal{E}_2$ струм у резисторі $R$ буде відсутнім, якщо $R_1 = 6{,}0\ \text{Ом}$ і $R_2 = 3{,}0\ \text{Ом}$?

( 2. )

**3.40.** Параметри кола, схема якого зображена на рис. 3.6, мають значення: $\mathcal{E}_1 = 2\,\text{В}, \mathcal{E}_2 = 4\,\text{В}, \mathcal{E}_3 = 8\,\text{В};$

$R_1 = 2\,\text{Ом}, R_2 = 1\,\text{Ом}, R_3 = 4\,\text{Ом}$.

Знайти струми у всіх гілках кола.

( $I_1$ = 2,43 А, $I_2$ = 1,14 А, $I_3$ = 1,29 А. )

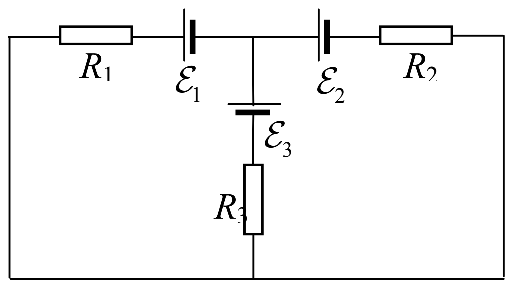


**Рис 3.6**

**3.41.** Знайти сили струмів $I_1$ і $I_2$ у схемі, зображеній на рис. 3.7.

(I$_1$ = 0,87 А; $I_2$ = – 1,31 А.)

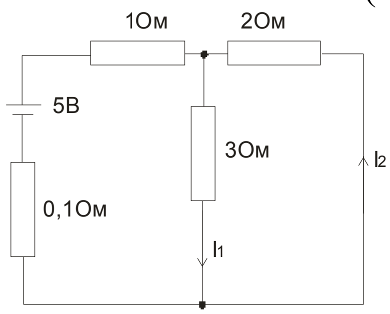


**Рис. 3.7**

**3.42.** Знайти струми в усіх опорах схеми рис. 3.8, якщо $\mathcal{E}_1$=1, $\mathcal{E}_2$ = 2 В, $\mathcal{E}_3$ **=**3 В, $R_1$ = 100 Ом, $R_2$ = 200 Ом, $R_3$ = 300 Ом, $R_4$ = 400 Ом.

(6,4 мА; $I_2$ = 1,8 мА; $I_3$ = 4,6 мА; $I_4$ = 0.)

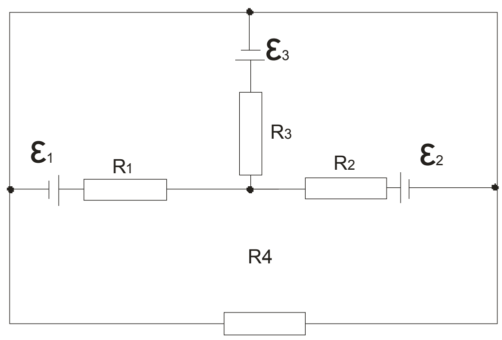


**Рис. 3.8**

**3.43.** Сила струму у провіднику рівномірно зростає за перші 3 с від 0 до 0,5 А, а за наступні 5 с – ще на 0,5 А. Знайти середню силу струму у провіднику за весь час.( 0,56 А.)

**3.44.** Струм у провіднику спадає від $I_0$ до 0 за законом $I(t) = I_0(1 - (t/\tau)^2)$, де $\tau$ – стала. Визначити середнє значення сили струму $\langle I \rangle$ у провіднику.

$$\left( \langle I \rangle = \frac{2I_0}{3}. \right)$$

**3.45.** Струм у провіднику змінюється з часом $I(t) = I_0\left|\sin\omega t\right|$, де $I_0$ та $\omega$ – задані. Визначити середнє значення сили струму $\langle I\rangle$ у провіднику.

$$\left(\langle I\rangle = \frac{2I_0}{\pi}.\right)$$

**3.46.** Конденсатор ємності $C$, що має заряд $q_0$, розряджають через опір $R$. Знайти:

а) закон $I = I(t)$, за яким змінюється з часом сила струму в опорі $R$;

б) час $t_1$, за який конденсатор утратить половину заряду, та час $t_2$, за який він утратить половину своєї енергії.

$$\left(\text{а) } I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}},\ \text{де } I_0 = \frac{q_0}{\tau} \quad \text{і} \quad \tau = RC; \quad \text{б) } t_1 = \tau\ln 2,\ t_2 = t_1/2.\right)$$

**3.47.** Використовуючи результати попередньої задачі, обчислити час розряджання $t_0$ конденсатора ємності $C$ = 2,1 мкФ через резистор опором $R$ = 50 кОм. Уважати конденсатор таким, що є практично розрядженим, якщо він утратив $\eta$ = 99% початкової енергії.

$$\left(t_0 = -\frac{\tau\ln(1-\eta)}{2} = RC\ln 10 \approx 0{,}12\text{ с.}\right)$$

**3.48.** Конденсатор ємності $C$ = 30000 пФ підключили через резистор опором $R$ = 500 Ом до джерела постійної напруги $U_0$ За який час $t_0$ напруга на конденсаторі досягне значення $\eta$ = 99% від $U_0$?

$$\left(t_0 = -\tau\ln(1-\eta) = 2RC\ln 10 = 69{,}0\text{ мкс.}\right)$$

**3.49.** Заряджений плоский конденсатор, заповнений парафіном ($\varepsilon$ = 2), через недосконалість діелектрика за час $t$ = 5 хв утрачає половину свого заряду. Вважаючи, що витік заряду (розряджання конденсатора) йде тільки через парафін, визначити його питомий опір $\rho$.

( $\rho = t/\varepsilon_0\varepsilon\ln 2 \approx 2{,}45\cdot 10^{13}$ Ом·м.)

**3.50.** Нагрівник конфорки електричної плити складається з двох секцій. Якщо ввімкнути в мережу тільки першу секцію, вода в каструлі закипає за час $\tau_1$ = 12 хв, а якщо увімкнути тільки другу секцію, то час закипання буде $\tau_2$ = 20 хв. Знайти час закипання $\tau$ води при вмиканні в мережу обох секцій, з'єднаних: а) послідовно; б) паралельно. Кількість води та її початкова температура, а також напруга в мережі в усіх випадках однакові; утратами тепла знехтувати.

( а) $\tau = \tau_1 + \tau_2$ = 32 хв; б) $\tau = \tau_1\tau_2/(\tau_1 + \tau_2)$ = 7,5 хв.)

**3.51.** Плоский конденсатор ємності $C$ = 100 мкФ заповнений діелектриком із проникністю $\varepsilon$ = 10 і питомим опором $\rho = 10^{14}$ Ом·м. Визначити теплову потужність, яка буде виділятися в конденсаторі при напрузі $U$ = 200 В.

$$\left(P = \frac{CU^2}{\varepsilon_0\varepsilon\rho} \approx 0{,}46\text{ мВт}\right)$$

**3.52.** До джерела з ЕРС $\mathcal{E}$ та внутрішнім опором *r*, підключили реостат, опір якого *R* можна плавно змінювати в широких межах. Визначити та показати на графіках залежність корисної потужності *P* (потужності, що виділяється на опорі *R*) та ККД джерела від:

– опору навантаження *R*;

– сили струму *I* через джерело.

**3.53.** До джерела постійного струму із внутрішнім опором *r*, підключили ланцюжок із трьох резисторів опором *R* кожен, з’єднаних між собою, як показано на рис. 3.9. При якому значенні *R* теплова потужність, яка виділяється на ланцюжку, буде максимальною?

( $R = 3r$.)

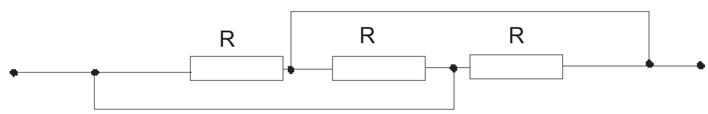


**Рис. 3.9**

**3.54.** При підключенні до джерела з ЕРС $\mathcal{E}$ = 6 В резистора з опором або $R_1$ = 250 мОм, або $R_2$ = 4 Ом, на резисторі виділяється однакова потужність. Знайти внутрішній опір *r* джерела, величину потужності *P*, що виділяється на резисторі, а також максимальну корисну потужність $P_m$, яку можна отримати від даного джерела.

$$\left(r = \sqrt{R_1 R_2} = 1{,}0 \text{ Ом};\ P = 5{,}76 \text{ Вт};\ P_m = \mathcal{E}^2 / 4r = 9 \text{ Вт.}\right)$$

**3.55.** Яку максимальну корисну потужність можна отримати від джерела з ЕРС 12 В і внутрішнім опором 1 Ом?

( 36 Вт. )

**3.56.** Джерело віддає у зовнішнє коло максимальну можливу потужність при силі стуму 10 А. Знайти струм короткого замикання джерела.

( 20 А.)

**3.57.** Струм у резисторі з опором *R* = 100 Ом, змінюється з часом за законом $I = k\sqrt{t}$, де $k = 1\ \text{А}\cdot\text{с}^{-1/2}$. За який проміжок часу $\tau$ від початкового моменту в резисторі виділиться *Q* = 1,8 кДж тепла?

$$\left(\tau = \frac{1}{k}\sqrt{\frac{2Q}{R}} = 6 \text{ с.}\right)$$

**3.58.** Напруга на резисторі з опором *R* = 100 Ом змінюється з часом за законом $U = k\sqrt{t}$, де $k = 2\,\text{В}\cdot\text{с}^{-1/2}$. Яка кількість теплоти виділиться в резисторі за проміжок часу $\tau$ = 100 с від початкового моменту?

$$\left(Q = \frac{k^2\tau^2}{2R} = 200 \text{ Дж.}\right)$$

## *4. Магнітне поле*

4.1. Магнітне поле системи струмів (принцип суперпозиції):

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i .$$

4.2. Магнітне поле струму у вакуумі (закон Біо – Савара):

лінійний струм
$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\left[\mathrm{d}\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}, \quad \vec{B} = \int_L \mathrm{d}\vec{B} ;$$

об'ємний струм
$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\left[\vec{j}\mathrm{d}V, \vec{r}\right]}{r^3}, \quad \vec{B} = \int_V \mathrm{d}\vec{B}; \qquad \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\ \text{Гн/м}.$$

4.3. Циркуляція стаціонарного магнітного поля у вакуумі:

$$\oint_L \vec{B}\mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I_\Sigma, \quad I_\Sigma = \sum_i I_i \text{ або } I_\Sigma = \int_S \vec{j}\mathrm{d}\vec{s} .$$

4.4. Потік магнітного поля (теорема Гауса):

$$\oint_S \vec{B}\mathrm{d}\vec{S} = 0 .$$

4.5. Магнітний момент плоского контуру із струмом:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n} .$$

4.6. Магнітна сила, що діє на рухомий заряд:

$$\vec{F}_m = q\left[\vec{v}\vec{B}\right] .$$

4.7. Магнітна сила, що діє на провідник із струмом (закон Ампера):

$$\mathrm{d}\vec{F}_A = I\left[\mathrm{d}\vec{l}, \vec{B}\right], \quad \vec{F}_A = \int_L \mathrm{d}\vec{F}_A .$$

4.8. Момент сил, що діють на контур із струмом в однорідному зовнішньому магнітному полі:

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right] .$$

4.9. Енергія контуру зі струмом в однорідному зовнішньому магнітному полі:

$$W_m = -\vec{p}_m \vec{B} .$$

4.10. Робота при переміщенні провідника зі струмом у магнітному полі:

$$\delta A = I\mathrm{d}\Phi, \quad A = I(\Phi_2 - \Phi_1) .$$

4.11. Циркуляція вектора напруженості магнітного поля (вектора $\vec{H}$):

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = I_\Sigma, \quad I_\Sigma = \sum_i I_i \text{ або } I_\Sigma = \int_S \vec{j}d\vec{s}.$$

4.12. Зв'язок між векторами $\vec{B}$ і $\vec{H}$ в ізотропному магнетику:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}.$$

**4.1.** Магнітне поле створюється дуже довгим прямим провідником із струмом, в якому швидкість упорядкованого руху носіїв має певну величину $\vec{u}$. Провідник починає рухатися у поздовжньому напрямі зі швидкістю $\vec{v} = -\vec{u}$. Як це вплине на величину та напрям індукції магнітного поля провідника $\vec{B}$?

**4.2.** Два однакові круглі витки радіуса $R$ = 15 см з ізольованого дроту мають спільний центр і розміщені у взаємно перпендикулярних площинах. По витках ідуть однакові струми $I$ = 60 А. Обчислити індукцію магнітного поля в центрі витків. $(\mu_0/4\pi) = 10^{-7}$ Гн/м.

( 355 мкТл )

**4.3.** Магнітне поле створюється трьома довгими паралельними прямими провідниками із струмом, точки перетину котрих із перпендикулярною площиною утворюють правильний трикутник. Знайти індукцію $B_0$ магнітного поля в центрі вказаного трикутника, якщо кожен провідник створює в цій точці поле з індукцією $B$, і всі струми мають однаковий напрям.

( $B_0 = 0.$ )

**4.4.** Магнітне поле створюється трьома довгими паралельними прямими провідниками із струмом, точки перетину котрих із перпендикулярною площиною утворюють правильний трикутник. Знайти індукцію $B_0$ магнітного поля в центрі вказаного трикутника, якщо кожен провідник створює в цій точці поле з індукцією $B$, і один із струмів напрямлений протилежно до двох інших.

( $B_0 = 2B.$ )

**4.5.** Магнітне поле створюється двома довгими паралельними прямими провідниками з однаковими струмами, причому кожен провідник у місці розташування іншого створює поле із заданою індукцією $B$. Визначити величину та напрям індукції поля $\vec{B}_0$ посередині між провідниками, та $\vec{B}_1$ у точках, які віддалені від провідників на відстань, рівну відстані між ними, якщо струми напрямлені: а) однаково і б) протилежно.

( а) $B_0 = 0$, $B_1 = B\sqrt{3}$; б) $B_0 = 4B$, $B_1 = B$.)

**4.6.** Струм $I$ = 5 А тече по плоскому контуру, рис. 4.1. Визначити індукцію $B$ магнітного поля в центрі кривизни, якщо $R$ = 31,4 см.

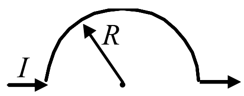

**Рис. 4.1.**

$$\left( B = \frac{\mu_0 I}{4R} = 5\ \text{мкТл} \right)$$

**4.7.** Струм $I$ = 50 А тече по плоскому контуру, рис. 4.2. Визначити індукцію $B$ магнітного поля в центрі кривизни, якщо $R$ = 10 см.

$$\left( B = \frac{\mu_0 I}{8\pi R}(3\pi + 2) = 286\ \text{мкТл.} \right)$$

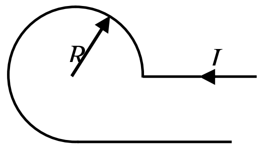

**Рис. 4.2**

**4.8.** Струм $I$ = 40 А тече по плоскому контуру, рис. 4.3. Визначити індукцію $B$ магнітного поля в центрі кільця, якщо $R$ = 41,4 см.

$$\left( B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}(\pi + 1) = 80\ \text{мкТл.} \right)$$

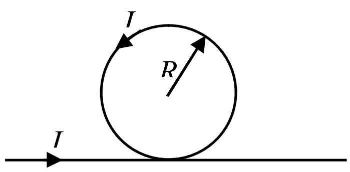

**Рис. 4.3.**

**4.9.** Струм $I$ = 60 А тече по плоскому контуру, рис. 4.4. Визначити індукцію $B$ магнітного поля в центрі кривизни, якщо $R$=20 см.

$$\left( B = \frac{\mu_0 I}{\pi R}\left( \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) \approx 110\ \text{мкТл.} \right)$$

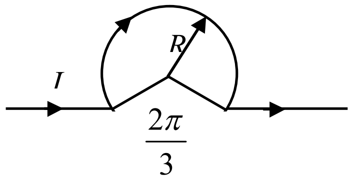

**Рис. 4.4.**

**4.10.** Струм $I$ =100 А тече по плоскому контуру, рис. 4.5. Визначити індукцію $B$ магнітного поля в центрі кривизни, якщо $R$ = 20 см. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\left( B = \frac{\mu_0}{8\pi}\frac{I}{R}\left(3\pi + \sqrt{2}\right) = 271\ \text{мкТл.} \right)$$

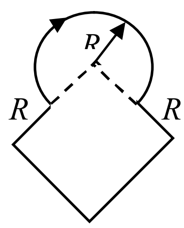

**Рис. 4.5.**

**4.11.** Дротина довжини 1 м, по якій іде струм 100 А, зігнута навпіл під прямим кутом. Знайти індукцію магнітного поля, яке створюється дротиною на середині відрізка, що з'єднує її кінці. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

( $\approx$ 113 мкТл. )

**4.12.** По нескінченному прямому провіднику зігнутому під кутом $\alpha = 120^\circ$ тече струм $I$ = 50 А. Визначити магнітну індукцію в точках, які лежать на бісектрисі кута на відстані $a$ = 5 см від його вершини. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

( 346 мкТл; 116 мкТл . )

**4.13.** Прямий провідник довжини $l$ = 1 м, по якому йде струм 100 А, зігнутий навпіл під кутом 120°. Знайти індукцію магнітного поля цього провідника в точці, що розташована на бісектрисі зовнішнього кута на відстані $l/2$ від вершини. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

( ≈ 63 мкТл. )

**4.14.** Знайти індукцію магнітного поля $B$, створюваного відрізком провідника із струмом довжини $a$ в точці, яка віддалена від його кінців на відстань $a$, якщо індукція поля нескінченного прямого струму на такій самій відстані дорівнює $B_0$.

( $B = B_0/2$. )

**4.15.** Струм $I$ тече контуром у формі правильного трикутника зі стороною $a$. Знайти індукцію магнітного поля $B_0$ у точці, що рівновіддалена від вершин контуру на відстань $a$.

$$\left( B_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}. \right)$$

**4.16.** Довгий провідник із струмом $I$ = 5,0 А зігнутий під прямим кутом. Визначити індукцію магнітного поля в точці, котра розташована на відстані $l$ = 35 см від площини провідника на перпендикулярі, що проходить через точку згину. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

( 2 мкТл.)

**4.17.** Два однакові шматки дроту зігнули перший у кругле кільце, а другий у квадрат. Знайти відношення індукцій магнітного поля $B_1/B_2$ у центрах утворених контурів при пропусканні по них струму однакової величини.

$$\left( B_1/B_2 = \pi^2 / 8\sqrt{2} = 0,87. \right)$$

**4.18.** Струм $I$ = 31,4 А тече уздовж довгого прямого провідника, що являє собою половину тонкостінного циліндра радіуса $R = 5,0$ см, рис. 4.6 Визначити індукцію магнітного поля на осі O провідника. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

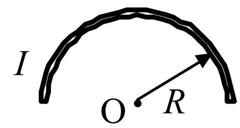

**Рис. 4.6**

$$\left( B = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R} = 80 \text{ мкТл.} \right)$$

**4.19.** По круглому тонкому кільцю радіуса $R$ йде струм $I$. Визначити індукцію магнітного поля $B(z)$ на осі кільця в залежності від відстані $z$ до його центра.

$$\left( B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}. \right)$$

**4.20.** Соленоїд довжин $l$ і радіуса $R$ містить $n$ витків на одиницю довжини. Використовуючи результат попередньої задачі, визначити індукцію магнітного поля в центрі соленоїда при силі струму $I$. Окремо розглянути випадок нескінченно довгого соленоїда.

$$\left(B = \mu_0 nI \big/ \sqrt{1+(2R/l)^2}; \quad B_\infty = \mu_0 nI\right)$$

**4.21.** По ідеальному соленоїду, який має $n$ витків на одиницю довжини, тече струм $I$. Використовуючи теорему про циркуляцію, визначити індукцію магнітного поля всередині $B$ та назовні $B_0$ соленоїда.

$$\left(B = \mu_0 nI, \quad B_0 = 0.\right)$$

**4.22.** Магнітне поле створюється ідеальним тороїдом із внутрішнім радіусом $R_1$, зовнішнім радіусом $R_2$ і щільністю намотки $n$, по якому тече струм $I$. Визначити індукцію поля $B(r)$ у залежності від відстані $r$ до осі тороїда. <u>*Примітка*</u>: щільність намотки $n$ – то є кількість витків на одиницю довжини середньої лінії тороїда, тобто кола радіуса $R = (R_1 + R_2)/2$.

$$\left(\text{Усередині } B = \frac{\mu_0 nI(R_1+R_2)}{2r}; \quad \text{назовні } B = 0.\right)$$

**4.23.** У реальному тороїді струм створює магнітне поле не лише всередині обмотки, а й назовні. Знайти відношення $\eta$ індукції поля $B$ всередині до індукції $B_0$ назовні в центрі тороїда малого поперечного перерізу, котрий містить $N = 3000$ витків.

$$(\eta \approx N/\pi = 955.)$$

**4.24.** Визначити індукцію магнітного поля $\vec{B}$, що створюється:

1) нескінченною площиною зі струмом, який розподілений по ній зі сталою лінійною густиною $\vec{i}$ (А/м);

2) двома паралельними нескінченними площинами зі струмами, що розподілені по них із сталими лінійними густинами $\vec{i}_1$ та $\vec{i}_2$. Окремо розглянути випадки а) $\vec{i}_1 = \vec{i}_2 = \vec{i}$ та б) $\vec{i}_1 = \vec{i}$, $\vec{i}_2 = -\vec{i}$.

$$\left(\begin{array}{l} 1)\ \vec{B} = \dfrac{\mu_0\left[\vec{i}\vec{n}\right]}{2},\ \vec{n} - \text{орт нормалі до площини;} \\ 2)\ \vec{B} = \dfrac{\mu_0}{2}\left[(\vec{i}_1 - \vec{i}_2), \vec{n}\right] \text{ між площинами, } \vec{B} = \pm\dfrac{\mu_0}{2}\left[(\vec{i}_1 + \vec{i}_2), \vec{n}\right] \text{ поза площинами;} \\ а)\ 0 \text{ та } \pm\mu_0\left[\vec{i}\vec{n}\right], \quad б)\ \mu_0\left[\vec{i}\vec{n}\right] \text{ та } 0. \\ \quad \vec{n} - \text{орт нормалі напрямлений від площини } 1 \text{ до } 2. \end{array}\right)$$

**4.25.** Однорідний струм густини $j$ тече всередині необмеженої немагнітної пластини товщини $2d$ паралельно до її поверхні. Визначити індукцію магнітного поля цього струму як функцію відстані $x$ від площини симетрії пластини.

$$(x \le d : B = \mu_0 jx;\ x > d\ B = \mu_0 jd.)$$

**4.26.** Однорідний струм величини $I$ тече вздовж довгої тонкостінної циліндричної труби радіуса $R$. Визначити індукцію магнітного поля цього струму в усьому просторі як функцію відстані $r$ від осі труби.

$$\left(r < R : B = 0; \quad r > R : B = \mu_0 I/2\pi r.\right)$$

**4.27.** Однорідний струм густини $j$ тече вздовж нескінченного немагнітного циліндра радіуса $R$. Визначити вектор індукції магнітного поля цього струму $\vec{B}(\vec{r})$ у всьому просторі як функцію радіуса-вектора $\vec{r}$, що визначає положення точки відносно осі циліндра.

$$\left( \textit{Всередині циліндра } \vec{B} = \frac{\mu_0\left[\vec{j}\vec{r}\right]}{2}, \textit{ назовні } \vec{B} = \frac{\mu_0\left[\vec{j}\vec{r}\right]R^2}{2r^2}. \right)$$

**4.28.** Уздовж нескінченного немагнітного циліндра радіуса $R$ тече струм, густина котрого $\vec{j}$ залежить від відстані $r$ до осі циліндра, як $\vec{j} = \vec{j}_0 r/R$, де $j_0$ задано. Визначити вектор індукції магнітного поля цього струму $\vec{B}(\vec{r})$ у всьому просторі як функцію радіуса-вектора $\vec{r}$, що визначає положення точки відносно осі циліндра.

$$\left( \textit{Всередині циліндра } \vec{B} = \frac{\mu_0\left[j_0 r\right]r}{3R}, \textit{ назовні } \vec{B} = \frac{\mu_0\left[\vec{j}\vec{r}\right]R^2}{2r^2}. \right)$$

**4.29.** Однорідний струм величини $I$ тече по довгій тонкостінній циліндричній трубі радіуса $R$, в якій по всій довжині зроблено вузький проріз заданої ширини $h$ ($h << R$). Визначити величину індукції магнітного поля всередині труби як функцію відстані $r$ від прорізу

$$\left( B = \frac{\mu_0 Ih}{4\pi^2 R}\frac{1}{r}. \right)$$

**4.30.** Довгий прямий провідник круглого перерізу має по всій довжині циліндричну порожнину, вісь якої паралельна до осі провідника й зміщена відносно неї на $\vec{l}$. У провіднику тече постійний струм густини $\vec{j}$. Визначити індукцію магнітного поля $\vec{B}$ у порожнині. Окремо розглянути випадок $\vec{l} = 0$.

$$\left( \vec{B} = \frac{\mu_0\left[\vec{j}\,\vec{l}\right]}{2}. \right)$$

**4.31.** Металевий стержень маси 100 г і довжини 20 см підвішено горизонтально на двох нитках в однорідному горизонтальному магнітному полі з індукцією 100 мТл перпендикулярно до напрямку поля. Який найменший струм $I$ треба пропустити по стержню, щоби він став невагомим. Узяти $g$ = 10 м/с$^2$.

( 50 А.)

**4.32.** Металевий стержень маси 100 г і довжини 20 см підвішено горизонтально на двох нитках в однорідному горизонтальному магнітному полі з індукцією 100 мТл під кутом 30° до напрямку поля. Який найменший струм треба пропустити по стержню, щоб одна з ниток розірвалася, якщо кожна з них витримує навантаження, рівне вазі стержня. Узяти $g$ = 10 м/с$^2$.

( 100 А.)

**4.33.** Металевий стержень маси 100 г і довжини 20 см підвішений горизонтально на двох нитках в однорідному вертикальному магнітному полі. Знайти індукцію поля, якщо при пропусканні по стержню струму 50 А нитки відхилилися від вертикалі на кут $\alpha = 45°$. Узяти $g = 10$ м/с$^2$.

( 0,1 Тл.)

**4.34.** По двох паралельних довгих прямих провідниках, розміщених на відстані 1 см один від одного, течуть однакові струми. Визначити силу струму в провідниках, якщо на кожен метр їх довжини припадає сила взаємодії 0,2 Н. $\left(\mu_0/4\pi\right) = 10^{-7}$ Гн/м.

( 100 А.)

**4.35.** Квадратна дротяна рамка і довгий прямий провідник розташовані в одній площині так, що провідник є паралельним до сторони рамки. По рамці та провіднику течуть однакові струми $I$ = 100 А. Знайти силу, що діє на рамку з боку провідника, якщо ближча до нього сторона рамки $a$ знаходиться на відстані $l = a$. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

( $F = 1\,\text{мН}$.)

**4.36.** Тонкий металевий стержень із струмом $I$ = 10 А розміщений перпендикулярно до довгого прямого провідника зі струмом $I_0$ = 100 А в одній площині. Знайти силу Ампера, що діє на стержень, якщо його ближній кінець знаходиться від провідника на відстані рівній довжині стержня. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\left( F = \frac{\mu_0 I_0 I}{4\pi} 2\ln 2 = 0{,}14\ \text{мН.} \right)$$

**4.37.** По дротині у формі тонкого півкільця радіуса $R$ = 10 см, яка знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 50\,\text{мТл}$, тече струм $I$ = 10 А. Визначити амперову силу, що діє на дротину, якщо напрям магнітного поля: а) перпендикулярний до площини півкільця і б) паралельний до площини півкільця та перпендикулярний до його діаметра.

( *в обох випадках* $F = 2IRB = 0{,}1\,\text{Н}$.)

**4.38.** Дротина у формі півкільця радіуса $R$ = 50 см із струмом $I$ = 100 А знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 200\,\text{мТл}$, напрямленому паралельно до діаметра півкільця. Визначити амперову силу $F$ та момент сил $M$, які діють на дротину.

( $F = 0$; $M = \pi R^2 IB/2 \approx 7{,}85$ Нм. )

**4.39.** Тонке кільце радіуса $R$ = 20см із струмом $I$ = 100 А знаходиться в перпендикулярному до його площини однорідному магнітному полі з індукцією $B$ = 20 мТл. Знайти силу натягу кільця.

( $F = IRB = 0{,}4\,\text{Н}$.)

**4.40.** Струм $I$ тече вздовж довгого прямого провідника, що являє собою половину тонкостінного циліндра радіуса $R$. Такий самий струм тече по довгій прямій дротині, що розташована на осі першого провідника. Визначити силу магнітної взаємодії, що припадає на одиницю довжини провідників. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\left( F = \frac{\mu_0 I^2}{\pi^2 R}. \right)$$

**4.41.** Два довгих паралельних провідники, по яких протікають струми однакового напрямку та величини $I = 6{,}0$ А, віддалили один від одного так, що відстань між ними подвоїлась. Визначити роботу сил Ампера на одиницю довжини провідників. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\left( A = -5 \text{ мкДж.} \right)$$

**4.42.** Обчислити магнітний момент кільцевого провідника радіуса 10 см, по якому йде струм 0,5 А.

( $15{,}7 \cdot 10^{-3}$ $\text{Ам}^2$.)

**4.43.** Дуже коротка котушка містить $N = 1000$ витків тонкого дроту. Переріз котушки має форму квадрата зі стороною 10 см. Визначити магнітний момент котушки, якщо сила струму в ній 1 А.

( 10 $\text{Ам}^2$. )

**4.44.** Одна сторона діелектричного диска радіуса $R$ заряджена з поверхневою густиною заряду $\sigma$. Диск обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю $\omega$. Визначити:

– магнітний момент диска $p_m$;

– індукцію магнітного поля $B_0$ у його центрі.

$$\left( p_m = \frac{\pi\sigma\omega R^4}{4}; \quad B_0 = \frac{\mu_0 \sigma\omega R}{2}. \right)$$

**4.45.** Швидкий коловий рух зарядженої частинки створює певний ефективний кільцевий струм. Виходячи з цього, визначити магнітний момент $p_m$ частинки із зарядом $q$ та масою $m$ що обертається по колу і має відносно його центра момент імпульсу $L$.

$$\left( p_m = \frac{q}{2m} L. \right)$$

**4.46.** Отримати вираз $p_m$ в умовах задачі 4.44, скориставшись результатом задачі 4.45.

**4.47.** Дротяний виток радіуса $R = 5$ см знаходиться в однорідному магнітному полі $B = 2$ мТл, яке паралельне до площини витка. Визначити момент сил, що діють на виток при струмі у ньому $I = 2$ А.

( 31,4мкНм .)

**4.48.** Круглий виток радіуса 10 см із струмом 20 А знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією 0,5 Тл. Контур утримують у рівновазі, прикладаючи до діаметральних точок витка паралельні до поля сили $F_1$ і $F_2$ так, що площина витка складає кут 60° із напрямом поля. Знайти величину $F_1$ і $F_2$.

( $F_1 = F_2 \approx 0{,}8$ Н.)

**4.49.** Вільний квадратний контур із стороною 10 см і струмом 100 А перебуває в рівновазі в однорідному зовнішньому магнітному полі з індукцією 0,2 Тл. Яку роботу необхідно виконати, щоби повільно повернути контур на кут 60° навколо осі, що лежить у площині контуру?

( 0,1 Дж. )

**4.50.** Квадратна рамка зі стороною $a$ = 8 см і струмом $I$ = 0,9 А розташована в одній площині з довгим прямим провідником так, що її сторона паралельна до провідника. По провіднику йде струм $I_0$ = 5,0 А. Яку механічну роботу треба виконати, щоби повернути рамку на 180° навколо осі, котра проходить через середини її протилежних сторін паралельно до провідника і на відстані $r$ = 1,5$a$ від нього? $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\left( A = \frac{\mu_0 I I_0 a}{\pi} \ln 2 = 0{,}1 \text{ мкДж.} \right)$$

**4.51.** Індукція магнітного поля у вакуумі поблизу плоскої поверхні магнетика з проникністю $\mu$ дорівнює $B_0$. Вектор $\vec{B}_0$ складає кут $\alpha$ із нормаллю до поверхні. Знайти індукцію магнітного поля $B$ в магнетику поблизу поверхні.

$$\left( B = B_0 \sqrt{\mu^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}. \right)$$

**4.52.** На залізний сердечник довжиною 20 см малого перерізу намотано 200 витків дроту. Використавши криву намагнічування рис. 4.7, знайти магнітну проникність заліза при силі струму 0,4 А.

($\mu \approx 2 \cdot 10^3$.)

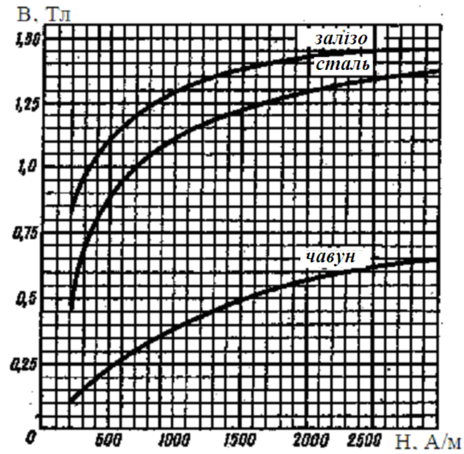


**Рис. 4.7.**

**4.53.** По осі тонкого залізного кільця радіуса $r$ = 2 см проходить довгий прямий провідник із струмом. Використовуючи криву намагнічування заліза (рис. 4.7) знайти магнітну проникність $\mu_1$ заліза при струмі у провіднику $I_1$ = 26 А та $\mu_2$ при струмі $I_2$ = 88 А. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

($\mu_1 \approx 3220$; $\mu_2 \approx 1360$. )

**4.54.** По довгому прямому соленоїду з кількістю витків на одиницю довжини $n$ = 500 м$^{-1}$, який намотано на сталевий сердечник, тече струм $I$ = 1,0 А. За допомогою кривої намагнічування (рис. 4.7) знайти індукцію магнітного поля $B$ усередині соленоїда та магнітну проникність сердечника $\mu$ при заданому струмі. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

( $B \approx 0{,}88$ Тл; $\mu \approx 1400$.).

**4.55.** На чавунний сердечник у формі тора з радіусом середньої лінії 32 см намотано в один шар 1000 витків дроту. Використовуючи криву намагнічування (рис. 4.7), знайти магнітну проникність чавуну $\mu$ на середній лінії сердечника при силі струму в обмотці 1,0 А. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

($\mu \approx 370.$)

**4.56.** По тороїду із залізним сердечником, який має 1000 витків, тече струм. Довжина середньої лінії тороїда 20 см є набагато більшою за діаметр витка. Який струм $I_0$ потрібно пропустити по такому самому тороїду без сердечника, щоб індукція магнітного поля в ньому дорівнювала індукції у тороїді із сердечником при струмі $I$ = 0,34 А? Скористатися кривою намагнічування заліза (рис. 4.7). $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

($I_0 \approx 223$ А.)

**4.57.** По тороїду, що складається з $N$ = 1000 витків, намотаних на феромагнітний сердечник із середнім радіусом $R$ = 25 см, тече струм $I$ = 0,85 А. У сердечнику зроблено поперечний проріз шириною $b$ = 1,0 мм. Нехтуючи розсіюванням магнітного потоку на краях зазору, знайти магнітну проникність феромагнетика $\mu$ на середній лінії сердечника, якщо індукція магнітного поля в зазорі $B$ = 0,75 Тл.

$$\left( \mu = \frac{(2\pi R - b)B}{IN\mu_0 - bB} \approx \frac{2\pi RB}{\mu_0 NI - bB} = 3700. \right)$$

**4.58.** Постійний магніт має вигляд кільця (тора) із вузьким зазором між полюсами. Середній діаметр кільця $d$ = 20 см. Ширина зазору $b$ = 2 мм, індукція магнітного поля в зазорі $B$ = 40 Тл. Знайти модуль напруженості $H$ магнітного поля всередині магніту, вважаючи поле сталим по перерізу. Проаналізувати напрям $\vec{H}$ усередині магніту та в зазорі. Розсіюванням потоку на краях зазору знехтувати. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\left( H = \frac{Bb}{\mu_0(\pi d - b)} \approx 100\ \text{А/м.} \right)$$

# *5. Електромагнітна індукція. Рівняння Максвелла*

5.1. Основний закон електромагнітної індукції (закон Фарадея):

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}.$$

5.2. Повний потік в соленоїді та тороїді з кількістю витків *N*:

$$\Phi = N\Phi_1.$$

5.3. Власний потік контуру (потік самоіндукції):

$$\Phi_c = LI.$$

5.4. Потоки взаємоіндукції двох контурів:

$$\Phi_1 = L_{12}I_2, \quad \Phi_2 = L_{21}I_1; \quad L_{12} = L_{21}.$$

5.5. ЕРС самоіндукції в контурі з $L = const$:

$$\mathcal{E}_c = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}.$$

5.6. Магнітна енергія струму в контурі з $L = const$:

$$W_m = \frac{LI^2}{2}.$$

5.7. Об’ємна густина енергії магнітного поля в не феромагнітному середовищі:

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

5.8. Об’ємна густина енергії електромагнітного поля в не феромагнітному середовищі:

$$w = \frac{ED}{2} + \frac{BH}{2}.$$

5.9. Густина струму зміщення:

$$\vec{j}_{зм} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}.$$

5.10. Рівняння Максвелла:

$$\oint_L \vec{E}\mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\mathrm{d}\vec{S}, \qquad \oint_S \vec{D}\mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho\mathrm{d}V;$$

$$\oint_L \vec{H}\mathrm{d}\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)\mathrm{d}\vec{S}, \qquad \oint_S \vec{B}\mathrm{d}\vec{S} = 0.$$

**5.1.** Плоский контур площею 25 см$^2$ знаходиться в однорідному магнітному полі 4 мТл. Визначити магнітний потік, що пронизує цей контур, якщо його площина складає кут 30° із лініями індукції магнітного поля.

( 5 мкВб. )

**5.2.** Сфера радіуса 10 см знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією 100 мТл. Знайти магнітний потік крізь усю сферу та крізь півсферу, основа котрої перпендикулярна до напрямку поля.

( 0; 3,14 мВб. )

**5.3.** Магнітне поле створюється довгим провідником із струмом. Чому дорівнює потік поля крізь поверхню квадрата, показаного на рис. 5.1, якщо потік крізь його виділену половину дорівнює $\Phi$?

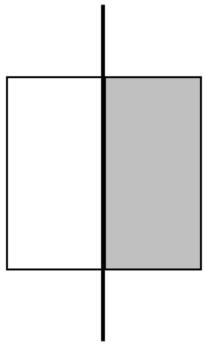

**Рис. 5.1**

**5.4.** Магнітний потік крізь плоский контур, який знаходиться в однорідному магнітному полі, складає $\Phi_0$. Знайти зміну потоку $\Delta\Phi$ крізь контур при його повороті на 180° навколо осі, що лежить у площині контуру і є перпендикулярною до напрямку поля.

($\Delta\Phi = -2\Phi_0$.)

**5.5.** Прямокутний контур площею $S$ знаходиться в неоднорідному магнітному полі ($B \neq const$), що скрізь напрямлене перпендикулярно до площини контуру, рис. 5.2. Контур переводять із положення 1 у положення 2 один раз, рухаючи поступально, а другий – повертаючи навколо сторони AB. Знайти зміну магнітного потоку $\Delta\Phi$ крізь контур в обох випадках, якщо середня величина індукції поля в кожному положенні контуру складає, відповідно, $\langle B_1 \rangle$ і $\langle B_2 \rangle$.

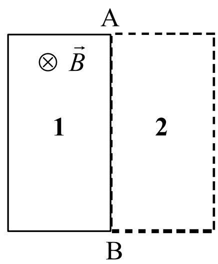


**Рис. 5.2**

$$\left( \Delta\Phi_1 = \left(\langle B_2 \rangle - \langle B_1 \rangle\right)S, \quad \Delta\Phi_2 = -\left(\langle B_2 \rangle + \langle B_1 \rangle\right)S. \right)$$

**5.6.** В одній площині з довгим прямим провідником із струмом $I = 50$ А розміщена прямокутна рамка так, що дві її сторони довжини $a = 65$ см паралельні до провідника, а відстань до ближньої дорівнює ширині рамки. Визначити магнітний потік, який пронизує рамку. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\left( \Phi = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 2 = 4{,}5 \text{ мкВб.} \right)$$

**5.7.** Тороїд квадратного перерізу має $N$ = 1000 витків. Зовнішній діаметр тороїда $d_2$ = 20 см, внутрішній – $d_1$ = 10 см. Чому дорівнює магнітний потік $\Phi_1$ через переріз тороїда та повний магнітний потік $\Phi$ у тороїді, якщо по його обмотці протікає струм $I$ = 10 А? $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\left( \Phi_1 = \frac{\mu_0 I N}{4\pi}(d_2 - d_1) \ln \frac{d_2}{d_1} = 69 \text{ мкВб}; \quad \Phi = N\Phi_1. \right)$$

**5.8.** В умовах задачі 5.5 знайти відношення середніх ЕРС індукції у рамці $\mathcal{E}_2/\mathcal{E}_1$, якщо час переміщення в обох випадках однаковий і $\langle B_1 \rangle = 2\langle B_2 \rangle$.

( 3.)

**5.9.** Дротяне кільце діаметром *d*, що вільно падає, пролітає смугу перпендикулярного до його площини магнітного поля шириною $l = 4d$. Показати приблизний графік залежності ЕРС індукції в кільці від його положення в просторі.

**5.10.** Квадратна рамка зі стороною *a*, що рухається поступально, проходить крізь смугу перпендикулярного до її площини магнітного поля $\vec{B} = const$ із швидкістю $\vec{v} = const$ (рис. 5.3.). Ширина смуги поля $l = 3a$. Визначити величину та зобразити графік залежності ЕРС індукції в рамці від її положення в просторі. Вказати напрям індукційного струму в усіх характерних положеннях рамки.

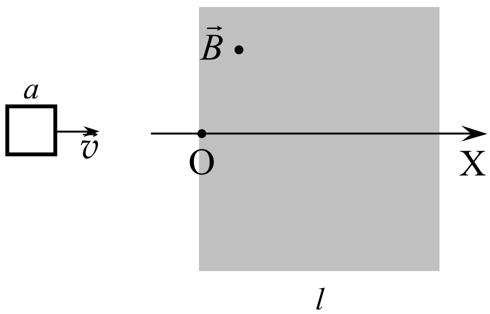


**Рис. 5.3**

**5.11.** Мідна квадратна рамка зі стороною $a = 10\,\text{см}$, що вільно ковзає по горизонтальній площині із швидкістю $\vec{v}_0$, натрапляє на смугу вертикального магнітного поля $B = 100\,\text{мТл}$ шириною $l$, як показано на рис. 5.3. Густина міді $d = 8{,}9\,\text{г/см}^3$, питомий опір $\rho = 16\,\text{нОм}\cdot\text{м}$.

1) визначити залежність $v(x)$ швидкості рамки від координати $x$ передньої сторони рамки за умови, що $v_0 = 1{,}0\,\text{м/с}$ і $l >> a$; показати графік залежності $v(x)$;
2) з якою швидкістю рамка вийде з поля, якщо $v_0 = 1{,}0\,\text{м/с}$ і $l = 3a$?
3) за якої умови рамка зайде у поле, але не вийде з нього повністю (при $l \neq \infty$)?
4) за якої умови рамка повністю не зайде у поле?

$$\left( \begin{array}{l} 1)\ x \le a:\ v(x) = v_0 - \beta x,\ де\ \beta = \dfrac{B^2}{16\rho d} = 4{,}4\,\text{с}^{-1}, \quad x > a:\ v = v_0 - \beta a = 0{,}56\,\text{м/с}; \\ 2)\ 0{,}12\,\text{м/с}; \quad 3)\ v_0 < 0{,}88\,\text{м/с}; \quad 4)\ v_0 < 0{,}44\,\text{м/с}. \end{array} \right)$$

**5.12.** Прямокутна дротяна рамка площею $S = 0{,}5\ \text{м}^2$ обертається без тертя з частотою $\nu = 3000$ об/хв в однорідному магнітному полі з індукцією 0,2 Тл навколо осі, що перпендикулярна до напрямку поля й проходить через середини протилежних сторін рамки. Знайти:

– максимальну ЕРС індукції $\mathcal{E}_m$ у рамці;

– роботу, яку треба виконувати за кожен оберт, аби рамка оберталася із заданою частотою, якщо її опір $R = 0{,}5$ Ом.

$$\left( \mathcal{E}_m = 2\pi BS\nu = 31{,}4\ \text{В}; \quad A = \frac{2\pi^2 B^2 S^2 \nu}{R} = 19{,}7\ \text{Дж}. \right)$$

**5.13.** Пряма дротина завдовжки 20 см, паралельна до осі OY, починає рухатись уздовж осі OX із сталим прискоренням 2 м/с$^2$ в однорідному магнітному полі, що, напрямлене по осі OZ. Індукція поля 100 мТл. Знайти миттєву ЕРС індукції у дротині через 2 с після початку руху та середню ЕРС за цей час.

(80мВ; 40мВ.)

**5.14.** Пряма горизонтальна дротина довжиною 20 см, паралельна до осі OY, рухається вздовж осі OX в однорідному магнітному полі так, що її координата $x$ змінюється з часом за законом $x = 5 - 2t + t^2$ (усі величини в СІ). Індукція поля напрямлена уздовж осі OZ і дорівнює 100 мТл. Знайти ЕРС у дротині на момент коли $x = 29$ м.

(0,2 В.)

**5.15.** По П-подібному металевому каркасу, розміщеному в горизонтальній площині, рухається зі швидкістю 5 м/с перетинка довжиною 40 см і опором 100 мОм. Уся конструкція знаходиться у вертикальному магнітному полі з індукцією 0,2 Тл. Нехтуючи опором каркаса, знайти силу струму в перетинці та силу, яку треба прикладати до перетинки для забезпечення руху.

( 4 А; 0,32 Н. )

**5.16.** Дротяна перетинка зі швидкістю $v$ = 20 см/с у вертикальному магнітному полі з індукцією $B$ = 0,1 Тл по двох паралельних горизонтальних рейках (рис. 5.4), які розміщені на відстані $l$ = 1,0 м одна від одної. Кінці рейок замкнені на опори $R_1$ = 1,0 Ом та $R_2$ = 2,0 Ом. Знайти силу струму $I$ в перетинці. Опором рейок і перетинки знехтувати.

$$\left( I = \frac{Blv(R_1 + R_2)}{R_1 R_2} = 0,03 \text{ А.} \right)$$

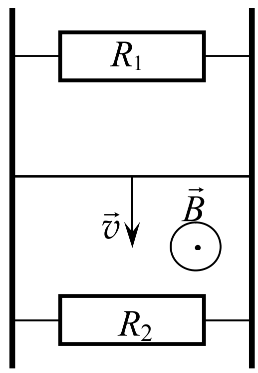


**Рис. 5.4**

**5.17.** На двох довгих мідних стержнях квадратного перерізу зі стороною $a$ = 4,0 мм, які зіставлені в горизонтальній площині під кутом $\alpha$ = 30°, лежить поперечка – такий самий стержень, перпендикулярний до бісектриси кута $\alpha$. Уся конструкція вміщена у вертикальне магнітне поле з індукцією $B$ = 0,2 Тл. Знайти силу струму $I$ в стержнях, якщо поперечка почне ковзати уздовж бісектриси кута зі швидкістю $v$ = 20 см/с. Питомий опір міді $\rho = 1,6 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

$$\left( I = \frac{Ba^2 v \sin(\alpha/2)}{\rho(1 + \sin(\alpha/2))} \approx 8,2 \text{ А.} \right)$$

**5.18.** Найпростіший магнітогідродинамічний генератор (МГД-генератор) являє собою плоский конденсатор, який вміщений у паралельне до обкладок магнітне поле і крізь який прокачується провідна рідина. Знайти ЕРС такого генератора, якщо крізь конденсатор із квадратними пластинами зі стороною 1 м щосекунди прокачується 3 м$^3$ рідини, індукція магнітного поля дорівнює 0,5 Тл і напрямлена вздовж однієї сторони квадрата, а рідина прокачується вздовж іншої сторони квадрата.

( 1,5 В. )

**5.19.** Електромагнітний насос для перекачування розплавленого металу являє собою ділянку труби прямокутного перерізу, яка вміщена в перпендикулярне до двох її поверхонь магнітне поле $B$. До двох інших поверхонь прикладають напругу, чим створюють через рідкий метал однорідний струм $I$, який напрямлений перпендикулярно як до цих поверхонь, так і до магнітного поля. Знайти надлишковий тиск $p$ на метал у насосі, якщо $B$ = 0,2 Тл, $I$ = 200 А, і ширина труби в напрямку магнітного поля $a$ = 4,0 см.

$$\left( p = \frac{IB}{a} = 1{,}0\,\text{кПа.} \right)$$

**5.20.** В одній площині з нескінченним прямим провідником, по якому йде постійний струм $I$, розміщена квадратна рамка так, що її сторона $a$ є паралельною до провідника. Рамка рухається із сталою швидкістю $v$ перпендикулярно до провідника, не змінюючи своєї орієнтації відносно нього. Визначити ЕРС індукції в рамці $\mathcal{E}(x)$ як функцію відстані $x$ від провідника до центра рамки.

$$\left( \mathcal{E}(x) = \frac{2\mu_0 I v}{\pi} \frac{1}{(2x/a)^2 - 1}. \right)$$

**5.21.** В одній площині з нескінченним прямим провідником із струмом розміщена квадратна рамка так, що її сторона $a$ = 0,2 м є паралельною до провідника. Опір рамки $R$ = 69 мОм, відстань від її ближньої сторони до провідника дорівнює $a$. Струм у провіднику змінюється з часом за законом $I_0 = \alpha t^3$, де $\alpha = 2$ А/с$^3$. Визначити силу струму у рамці $I$ на момент $t$ = 10 с. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\left( I = \frac{3\mu_0 \alpha a \ln 2}{2\pi R} t^2 = 240\,\text{мкА.} \right)$$

**5.22.** Магнітний потік крізь дротяний контур рівномірно змінюється із швидкістю 1,0 Вб/с. Визначити заряд на конденсаторі ємності 0,2 мкФ, який включений у цей контур.

( $2 \cdot 10^{-7}$ Кл. )

**5.23.** Циліндричну котушку із з'єднаними кінцями, котра складається з $N$ = 1000 витків дроту й має опір $R$ = 9 Ом, помістили в однорідне магнітне поле, паралельне до її осі. Діаметр витка котушки $D$ = 10 см, поле змінюється з часом за швидкістю $\dot{B}$ = 10 мТл/с. Знайти теплову потужність $P$, що виділяється в котушці.

$$\left( P = \frac{(\dot{B} N \pi D^2)^2}{16R} = 7 \cdot 10^{-4}\,\text{Вт.} \right)$$

**5.24.** Котушку з $N$ = 1000 витків діаметром $D$ = 10 см з'єднали з конденсатором ємності $C$ = 100 мкФ і вмістили в паралельне до її осі магнітне поле, індукція котрого змінюється з часом із швидкістю $\dot{B}$ = 10 мТл/с. Знайти заряд на конденсаторі.

$$\left( q = CN\frac{\pi D^2 \dot{B}}{4} = 7{,}85 \cdot 10^{-5}\ \text{Кл.} \right)$$

**5.25.** Виток з опором 0,1 Ом і площею 100 см$^2$ розміщений в однорідному магнітному полі з індукцією 0,25 Тл, напрямленому під кутом 30$^{\circ}$ до площини витка. Визначити кількість тепла, що виділиться у витку, та кількість електрики, що пройде по ньому при рівномірному зменшенні індукції поля до нуля за час 0,5 с.

($Q$ = 31,25 мкДж; $q$ = 12,5 мКл.)

**5.26.** Магнітний потік $\Phi$ крізь контур з опором $R$ змінюється за законом:

а) $\Phi = \tau(\alpha + \beta t)$

б) $\Phi = \alpha t^3$

в) $\Phi = \alpha t(\tau - t)$

г) $\Phi = \alpha B_0 \cos\omega t$

д) $\Phi = \alpha B_0 \sin\omega t$ ,

де $t$ – час, усі інші величини – задані сталі. Визначити кількість теплоти $Q$, яка виділяється в контурі за час $t = \tau$. Індуктивністю контуру знехтувати.

$$\left( \text{а) } Q = \frac{\beta^2\tau^3}{R}, \qquad \text{б) } Q = \frac{9\alpha^2\tau^5}{5R}, \qquad \text{в) } Q = \frac{a^2\tau^3}{3R}, \right.$$

$$\left. \text{г) } Q = \frac{\alpha^2 B_0^2 \omega}{2R}\left(\omega\tau - \frac{\sin 2\omega\tau}{2}\right), \text{ д) } Q = \frac{\alpha^2 B_0^2 \omega}{2R}\left(\omega\tau + \frac{\sin 2\omega\tau}{2}\right). \right)$$

**5.27.** Кругле мідне кільце масою $m$ = 5 г знаходиться в однорідному магнітному полі $B$ = 0,2 Тл, перпендикулярному до його площини. Визначити заряд $q$, який пройде по кільцю, якщо його розтягнути в лінію за діаметральні точки.

$$\left( q = \frac{Bm}{4\pi\rho D} \approx 0{,}56\,\text{Кл}, \quad \rho, D - \textit{питомий опір і густина міді.} \right)$$

**5.28.** Квадратну рамку опором $R$ = 0,02 Ом розмістили в одній площині з нескінченним прямим провідником із струмом $I$ = 1000 А так, що дві її сторони розташовані паралельно до провідника на відстанях, $a_1$ = 0,1 м і $a_2$ = 0,2 м. Яка кількість електрики пройде по рамці при вимиканні струму в провіднику? $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\left( q = \frac{\mu_0 I (a_2 - a_1)}{2\pi R} \ln\frac{a_2}{a_1} = 6{,}93 \cdot 10^{-4}\ \text{Кл.} \right)$$

**5.29.** Плоска рамка площею 10 мм$^2$ і опором 10 Ом, яка складається з 500 витків тонкого дроту, вміщена в магнітне поле перпендикулярно до його напрямку. Рамку повертають на 180° навколо осі, що перпендикулярна до напрямку поля й лежить у площині рамки, через що по ній проходить заряд 25 мкКл. Чому дорівнює індукція поля? ( 50 мТл. )

**5.30.** Два довгі паралельні вертикальні металеві стержні, що замкнені згори, знаходяться в горизонтальному магнітному полі $B$ = 0,2 Тл, перпендикулярному до їх площини. По стержнях може ковзати без тертя й утрати контакту мідна поперечка, довжина котрої дорівнює відстані між стержнями. Якої найбільшої величини $v_m$ може досягти швидкість поперечки при вільному зісковзуванні по стержнях та який вигляд має залежність швидкості поперечки від часу $v(t)$? Опором стержнів знехтувати.

$$\left( \begin{array}{l} v_m = \dfrac{\rho D g}{B^2} = 3{,}5\,\text{см/с}; \quad v(t) = g\tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right); \\ \tau = \dfrac{\rho D}{B^2},\ \rho, D - \textit{питомий опір та густина міді.} \end{array} \right)$$

**5.31.** Два довгі паралельні металеві стержні, що замкнені згори, встановлені під кутом $\theta = 30°$ до горизонту й уміщені в перпендикулярне до їх площини магнітне поле $B = 0{,}05\,\text{Тл}$. По стержнях починає ковзати поперечка масою $m = 10$ г та опором $R = 10$ мОм. Довжина поперечки дорівнює відстані між стержнями $l = 20$ см. Знайти швидкість усталеного руху поперечки. Опором стержнів і тертям знехтувати.

$$\left( v_m = \frac{mgR\sin\theta}{B^2 l^2} = 0{,}49\,\text{м/с.} \right)$$

**5.32.** По двох паралельних горизонтальних рейках, уміщених у вертикальне магнітне поле $B$ = 0,15 Тл, може ковзати поперечка масою $m$ = 10 г, довжина якої дорівнює відстані між рейками $l$ = 20 см. Рейки замкнені з одного боку через опір $R$ = 30 мОм. Поперечці поштовхом надають початкової швидкості $v_0$ = 1,8 м/с. Нехтуючи опором рейок і поперечки та тертям, знайти шлях $S$, який пройде поперечка до зупинки.

$$\left( S = \frac{m v_0 R}{B^2 l^2} = 60\,\text{см.} \right)$$

**5.33.** По двох довгих паралельних і замкнених з одного боку горизонтальних рейках, уміщених у вертикальне магнітне поле $B$ = 0,1 Тл, може ковзати без тертя поперечка масою $m$ = 100 г і опором $R$ = 40 мОм. Довжина поперечки дорівнює відстані між рейками $l$ = 20 см. Яке прискорення $a$ буде мати поперечка через час $\tau$ =10 с після початку дії на неї сили $F$ = 0,1 Н, напрямленої вздовж рейок? Опором рейок знехтувати.

$$\left( a = \frac{F}{m} e^{-\alpha\tau},\ \textit{де}\ \alpha = \frac{B^2 l^2}{mR}; \quad a \approx 0{,}37\,\text{м/с}^2. \right)$$

**5.34.** Соленоїд з індуктивністю 0,5 Гн має 500 витків. Обчислити повний магнітний потік у соленоїді та потік через його поперечний переріз при силі струму 10 А.

( 5 Вб; 10 мВб. )

**5.35.** Індуктивність довгого соленоїда достатньо точно визначається формулою $L = \mu_0 n^2 V$, де $n$ – кількість витків на одиницю довжини, $V = lS$ – об'єм соленоїда. Виходячи з цього і вважаючи магнітне поле соленоїда однорідним, знайти залежність індукції $B$ від сили струму $I$ в соленоїді.

( $B = \mu_0 nI$. )

**5.36.** Визначити індуктивність соленоїда з довжиною $l$ і діаметром $d$ ($d \ll l$), який містить $n$ витків на одиницю довжини.

( $L = \pi\mu_0 n^2 l d^2/4$. )

**5.37.** Соленоїд довжини 1 м, намотаний в один шар на немагнітний каркас, має індуктивність 1,6 мГн. Площа поперечного перерізу соленоїда 20 см$^2$. Визначити число витків на один сантиметр довжини соленоїда.

(8 см$^{-1}$.)

**5.38.** Соленоїд із кількістю витків 1000 має індуктивність 78,5·мГн. Знайти діаметр витка, якщо при силі струму в соленоїді 50 мА індукція магнітного поля дорівнює 50 мТл.

( 1,0 см. )

**5.39.** На сердечник у формі тора із внутрішнім радіусом $a$ і прямокутним перерізом зі сторонами $b$ і $h$ (рис. 5.5), щільно намотано котушку з $N$ витків дроту. Визначити індуктивність котушки, якщо проникність сердечника $\mu$.

$$\left( L = \frac{\mu_0 \mu N^2 h}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}. \right)$$

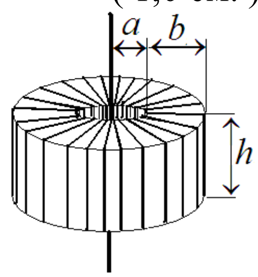


**Рис. 5.5**

**5.40.** По обмотці тороїда з кількістю витків $N$ тече струм $I$. Тороїд має прямокутний переріз висоти $h$, із відношенням зовнішнього радіуса до внутрішнього $(R_2/R_1) = \eta$. Тороїд заповнено парамагнетиком із магнітною проникністю $\mu$. Знайти магнітний потік Ф через переріз тороїда при струмі в тороїді $I$ та його індуктивність $L$.

$$\left( \Phi = \frac{\mu_0 \mu I N h}{2\pi} \ln \eta \, ; \; L = \frac{\mu_0 \mu N^2 h}{2\pi} \ln \eta. \right)$$

**5.41.** Довгий прямий соленоїд із круглим перерізом радіуса $R$ і кількістю витків на одиницю довжини $n$ заповнений неоднорідним магнетиком, проникність якого залежить тільки від відстані до осі соленоїда $r$ за законом $\mu = 1 + (r/R)$. Знайти магнітний потік через поперечний переріз соленоїда при силі струму $I$.

$$\left( \Phi = \frac{5\pi\mu_0 n I R^2}{3}. \right)$$

**5.42.** Обчислити взаємну індуктивність нескінченного прямого провідника та прямокутної рамки зі сторонами $a$ і $b$, розташованої в одній площині з провідником на відстані $h$, як показано на рис. 5.6.

$$\left( L_{12} = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln \frac{h+a}{h}. \right)$$

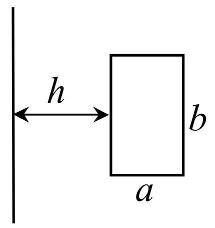


**Рис. 5.6**

**5.43.** Визначити взаємну індуктивність тороїда із задачі 5.39 та прямого нескінченного провідника, розташованого по осі тороїда.

$$\left( L_{12} = \frac{\mu_0 \mu N h}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}. \right)$$

**5.44.** Дві котушки із власними індуктивностями 3 мГн і 5 мГн з'єднані, як показано на рис. 5.7а та підключені до джерела в точках A, D. При цьому індуктивність системи дорівнює 11 мГн. Якою стане індуктивність системи, якщо котушки при незмінному розташуванні з'єднати, як показано на рис. 5.7б і підключити до джерела в точках A, C?

( 5 мГн.)

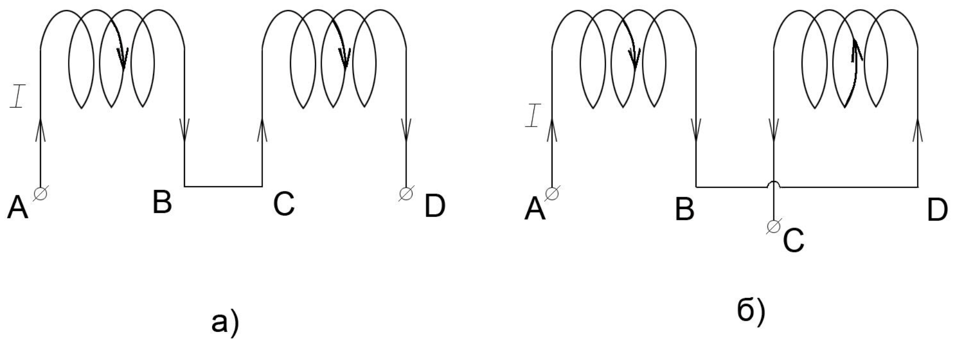


**Рис. 5.7**

**5.45.** У соленоїді, намотаному в один шар мідним дротом із діаметром $d$ = 0,2 мм на циліндр із немагнітного матеріалу діаметра $D$ = 5 см, проходить струм $I = 1$ А. Визначити, яка кількість електрики $q$ пройде по соленоїду, якщо його з'єднати. Товщиною ізоляції знехтувати.

$$\left( q = \frac{\pi \mu_0 d D}{16 \rho} I = 154 \text{ мкКл.} \right)$$

**5.46.** На картонний тор квадратного перерізу із стороною $a$ = 5 см і середнім радіусом $r$ = 7,5 см намотана обмотка з $N$ = 100 витків. По обмотці тече струм $I$ = 3А. Яка кількість електрики $q$ пройде по надітому на тор мідному кільцю з опором $R$ = 69 мОм при вимиканні струму в обмотці? $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\left( q = \frac{\mu_0 IaN^2}{2\pi R} \ln \frac{2r + a}{2r - a} = 3 \cdot 10^{-3}\,\text{Кл.} \right)$$

**5.47.** На кожен сантиметр стержня довжини $l$ =50 см із немагнітного матеріалу намотано в один шар $n$ = 20 витків дроту. Обчислити енергію $W$ магнітного поля всередині такого соленоїда, якщо сила струму в обмотці $I$ = 0,5 А. Площа перерізу стержня $S$ = 2 см$^2$. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

($W = \mu_0 n^2 I^2 Sl / 2$ = 62,8 мкДж.)

**5.48.** Енергія магнітного поля соленоїда, що дорівнює 90 мДж, змінюється в 9 разів при зміні струму в соленоїді на 6 А. Знайти початковий струм та індуктивність соленоїда.

( 3 А *або* 4 А; 20 мГн. )

**5.49.** Соленоїд містить $N$ = 1000 витків дроту. Сила струму в його обмотці $I$ = 1 А, а магнітний потік крізь переріз соленоїда $\Phi$ = 0,1 мВб. Визначити енергію $W$ магнітного поля в соленоїді.

($W = NI\Phi / 2 = 50$ мДж .)

**5.50.** На сердечник у формі тора намотано в один шар 200 витків дроту. Знайти енергію магнітного поля в тороїді при силі струму в обмотці 2,5 А, якщо магнітний потік у сердечнику складає 0,5 мВб.

( 125 мДж. )

**5.51.** Соленоїд довжиною $l$ = 0,5 м і площею поперечного перерізу $S = 2\,\text{см}^2$ має індуктивність $L = 2\,\text{мГн}$. Знайти силу струму $I$, при якій об'ємна густина енергії магнітного поля в соленоїді $w = 1\,\text{мДж/м}^3$?

$$\left( I = \sqrt{2wlS / L} = 10\,\text{мА.} \right)$$

**5.52.** По обмотці соленоїда опором 0,1 Ом та індуктивністю 20 мГн проходить струм. Яку частку $\eta$ (%) від початкової складає енергія магнітного поля соленоїда через час $t_1$ = 0,05 с та $t_2$ = 0,5 с після того, як його від'єднали від джерела та замкнули кінці.

($\eta_1 \approx 61$ %; $\eta_2 \approx 0{,}67$ %.)

**5.53.** Два соленоїди намотали на немагнітний каркас один поверх одного. Кількість витків соленоїдів $N_1 = 1200$ і $N_2 = 750$, площа поперечного перерізу $S = 20\,\text{см}^2$, довжина $l = 1\,\text{м}$. По обмотках соленоїдів проходять струми $I_1 = 5$ А і $I_2 = 8$ А, відповідно. Обчислити енергію $W$ магнітного поля системи, коли напрямки струму у витках: а) однакові і б) протилежні.

( а) ≈ 15 мкДж;    б) 0.)

**5.54.** По довгому циліндричному немагнітному провіднику тече струм $I = 100$А. Знайти енергію магнітного поля всередині ділянки провідника довжиною $l = 1$ м. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\left( W = \frac{\mu_0 I^2 l}{16\pi} = 2{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.} \right)$$

**5.55.** По обмотці тороїда із задачі 5.39 тече струм $I$. Визначити:
– залежність $w(r)$ об'ємної густини енергії магнітного поля в тороїді від відстані $r$ до його осі;
– повну енергію $W$ магнітного поля всередині тороїда;
– магнітну енергію обмотки тороїда $W'$ через індуктивність та струм, використавши відповідь задачі 5.39.

$$\left( w(r) = \frac{\mu_0 \mu N^2 I^2}{8\pi^2 r^2}; \quad W = W' = \frac{\mu_0 \mu N^2 I^2 h}{4\pi} \ln \frac{a+b}{a}. \right)$$

**5.56.** Індукція магнітного поля всередині довгого соленоїда радіуса $R = 10$ см зростає з часом за законом $B = \alpha t$, $\alpha = 10^{-3}$ Тл/с. Знайти напруженість вихрового електричного поля $E$ у залежності від відстані $r$ до осі соленоїда. Обчислити напруженість $E(R)$ на поверхні соленоїда та показати вид графіка $E(r)$.

$\left( E(r) = \alpha r / 2\right.$ *у соленоїді та* $E(r) = \alpha R^2 / 2r$ *назовні*; $E(R) = 50$ мкВ/м. $\left.\right)$

**5.57.** Індукція магнітного поля довгого соленоїда радіуса $R = 8$ см змінюється з часом за законом $B = B_0(1 - t^2/\tau^2)$, де $B_0 = 25$ мТл, $\tau = 0{,}4$ с. Знайти напруженість вихрового електричного поля на поверхні соленоїда $E(R)$ у момент часу $t = \tau$.

($E = B_0 R/\tau = 5$ мВ.)

**5.58.** По соленоїду довжини $l = 0{,}2$ м із кількістю витків $N = 200$, тече змінний струм $I = I_0 \sin(2\pi\nu t)$, де $\nu = 50$ Гц, $I_0 = 10$ А. Визначити амплітуду напруженості вихрового електричного поля $E_0(r)$ у соленоїді в залежності від відстані $r$ до його осі. Якої амплітуди $U_0$ напругу створює це поле у намотаній в один шар котушці з кількістю витків $N_0 = 100$ і радіусом витка $R_0 = 1$ см, яка розміщена всередині соленоїда уздовж його осі? $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Соленоїд уважати довгим.

$$\left( E_0(r) = \frac{\mu_0 \pi \nu N I_0}{l} r; \quad U_0 = 2\pi N_0 R_0 E_0 = 12{,}4 \text{ В.} \right)$$

**5.59.** Напруженість однорідного електричного поля усередині плоского повітряного конденсатора з обкладками у формі дисків лінійно зростає з часом за законом $E = \alpha t$, де $\alpha = 9 \cdot 10^{10}$ В/(м·с). Знайти індукцію магнітного поля всередині конденсатора на відстані $r$ = 5 см від його осі. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\left( B = \frac{\varepsilon_0 \mu_0 \alpha}{2} r = \frac{\alpha}{2c^2} r = 25\,\text{нТл.} \right)$$

**5.60.** Плоский конденсатор із обкладками у формі дисків, відстань між якими $d$, заповнений однорідним слабко провідним середовищем із питомою провідністю $\sigma$ та діелектричною проникністю $\varepsilon$ і підключений до джерела постійної напруги $U$. У момент $t = 0$ джерело відключають. Визначити:

– густину струму $j_0$ та напруженість магнітного поля $H(r)$ усередині конденсатора як функцію відстані від осі до відключення джерела напруги;
– густину струму $j(t)$ у залежності від часу та напруженість магнітного поля $H$ усередині конденсатора після відключення джерела напруги.

$$\left( j_0 = \frac{U\sigma}{d},\ H(r) = \frac{j_0}{2} r; \qquad j = j_0 e^{-\frac{t}{\tau}},\ \text{де}\ \tau = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\sigma},\ H = 0. \right)$$

**5.61.** Плоский конденсатор з обкладками у формі дисків і відстанню між ними $d$, який заповнений однорідним слабко провідним середовищем із питомою провідністю $\sigma$ і діелектричною проникністю $\varepsilon$, підключений до джерела змінної напруги $U = U_m \cos\omega t$ Визначити напруженість магнітного поля $H(r)$ у конденсаторі в залежності від відстані $r$ до його осі.

$$\left( H = H_m \cos\omega t,\ \text{де}\ H_m = \frac{rU_m}{2d}\sqrt{\sigma^2 + (\varepsilon\varepsilon_0\omega)^2}\,,\ i\ \operatorname{tg}\alpha = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\omega}{\sigma}. \right)$$

# *6. Рух зарядів у електричному та магнітному полях*

6.1. Сила Лоренца:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{v}\vec{B}\right].$$

6.2. Диференціальне рівняння руху нерелятивістської частинки в електромагнітному полі:

$$\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{q}{m}\left(\vec{E} + \left[\vec{v}\vec{B}\right]\right).$$

6.3. Диференціальне рівняння руху релятивістської частинки в електромагнітному полі:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\right) = q\vec{E} + q\left[\vec{v}\vec{B}\right].$$

**6.1.** Знайти питомий заряд кульки, що обертається з частотою 0,8 об/хв по колу радіусом 3 см, навколо точкового заряду 5 нКл.

(≈ 4,2 нКл/кг.)

**6.2.** Кулька масою 0,1 мг із зарядом 10 нКл вільно падає в однорідному горизонтальному електричному полі з напруженістю 100 В/м. По якій траєкторії буде рухатися кулька та яку швидкість вона матиме через 1 с після початку руху?

(*По прямій під кутом* 45° *до горизонту;* 14 м/с.)

**6.3.** Електрон влітає в плоский конденсатор біля краю однієї пластини під кутом $\alpha$ = 30° до неї, а вилітає паралельно до пластин біля краю іншої пластини. Знайти швидкості вльоту та вильоту електрона, якщо напруга на конденсаторі 45,5 В. $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг , $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл .

($8{,}0\cdot10^6$ м/с; $6{,}9\cdot10^6$ м/с. )

**6.4.** Плоский конденсатор має довжину пластин $l$ = 5 см і відстань між ними $d$ = 1 см. У конденсатор уздовж пластин під кутом $\alpha$ = 15° до них влітає електрон з енергією $W$ = 1,5 кеВ. При якій напрузі на конденсаторі електрон вилетить із нього паралельно до пластин? $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл .

$$\left(U = \frac{Wd\sin 2\alpha}{el} = 150\,\text{В}.\right)$$

**6.5.** Електрон влітає в плоский конденсатор зі швидкістю $1{,}0\cdot10^6$ м/с паралельно до пластин. Напруженість електричного поля в конденсаторі 100 В/м, а його довжина 10 см. Визначити величину та напрям швидкості вильоту електрона з конденсатора. $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл , $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг

($2{,}0\cdot10^6$ м/с; 60,4° *до пластин.*)

**6.6.** На плоский конденсатор із відстанню між пластинами $l$ = 5,0 см подають напругу, що змінюється з часом за законом $U = \alpha t$, де $\alpha$ = 100 В/с. У момент часу $t$ = 0 від однієї з пластин починає рухатись електрон. З якою швидкістю $v$ він досягне іншої пластини? $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл, $m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг.

$$\left(v = \sqrt[3]{9ael/2m_e} = 16 \quad \text{км/с.}\right)$$

**6.7.** Протон, прискорений різницею потенціалів $U$, в момент $t$ = 0 влітає в електричне поле плоского конденсатора паралельно до пластин, довжина яких у напрямку руху дорівнює $l$. Напруженість поля змінюється в часі, як $E = \alpha t$, де $\alpha$ – стала. Вважаючи протон нерелятивістським, знайти кут між напрямками вльоту та вильоту протона з конденсатора. Крайовими ефектами знехтувати.

$$\left(\mathrm{tg}\,\varphi = \alpha l^2 \sqrt{m/32eU^3}.\right)$$

**6.8.** Частинка з питомим зарядом $q/m$ рухається прямолінійно під дією електричного поля $E = E_0 - kx$, де $k$ – додатня стала, $x$ –відстань, пройдена частинкою із стану спокою. Знайти відстань $x_0$, яку пройде частинка до зупинки та її прискорення $a_0$ в цей момент.

$$(x_0 = 2E_0/k;\ \ a_0 = -qE_0/m.)$$

**6.9.** Елементарна частинка з масою $m$ і зарядом $e$ рухається в однорідному магнітному полі з індукцією $B$ по колу радіуса $R$. Визначити швидкість $v$ і кінетичну енергію $K$ частинки.

$$\left(v = eBR/m;\quad K = (eBR)^2/2m.\right)$$

**6.10.** Електрон, прискорений електричним полем, рухається по колу радіуса 1 см у магнітному полі з індукцією 1 мТл. Знайти прискорюючу різницю потенціалів. $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл, $m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг.

(9 В.)

**6.11.** Перпендикулярно до напрямку магнітного поля з індукцією 10 мТл влітає електрон з кінетичною енергією 30 кеВ. Визначити форму та радіус кривизни траєкторії електрона. $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл, $m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг.

( *дуга кола радіуса* 5,8 см.)

**6.12.** Електрон, який пройшов прискорюючу напругу $U$ = 50 кВ, влітає в перпендикулярне до напрямку його руху протяжне однорідне магнітне поле з плоскою передньою межею й вилітає з поля на відстані $d$ = 30 см від точки вльоту. Знайти індукцію поля $B$.

$$\left(B = \frac{4}{d}\sqrt{\frac{2mU}{e}} = 10\,\text{мТл.}\right)$$

**6.13.** Електрон, який пройшов прискорюючу різницю потенціалів 4,5 кВ, потрапляє в однорідне магнітне поле і рухається в ньому по гвинтовій лінії з радіусом 30 см і кроком 8 см. Знайти індукцію магнітного поля. $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл, $m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг.

$$\left(7{,}5\cdot 10^{-4}\ \text{Тл}\right)$$

**6.14.** У певній області простору створено взаємно перпендикулярні однорідне електричне поле з напруженістю 1 МВ/м та однорідне магнітне поле з індукцією 10 мТл. В цю область влітає перпендикулярно до напрямку обох полів і рухається далі прямолінійно пучок мюонів. Знайти швидкість мюонів у пучку. Чи можна за вказаних умов визначити величину та знак заряду мюона? А як було б можна?

($10^8$ м/с)

**6.15.** Нерелятивістські протони рухаються прямолінійно в області, де створені однорідні взаємно перпендикулярні електричне поле $E = 4{,}0$ кВ/м і магнітне поле $B = 50$ мТл. Напрям руху перпендикулярний до напрямків обох полів. Знайти радіус кривизни траєкторії, по якій рухатимуться протони після вимикання електричного поля.

$$\left(R = mE/eB^2.\right)$$

**6.16.** Протон, прискорений різницею потенціалів $U = 500$ кВ, пролітає крізь поперечне однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0{,}51$ Тл. Товщина області з полем $d = 10$ см. (див. рис. 6.1). Під яким кутом $\alpha$ до початкового напрямку руху протон вилетить із поля? $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл, $m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ кг.

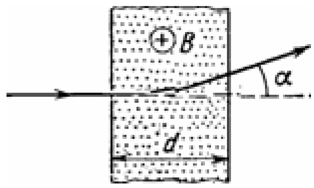


**Рис. 6.1**

$$\left(\sin\alpha = dB\sqrt{e/2m_pU};\quad \alpha = 30^\circ\right)$$

**6.17.** Електрон, прискорений різницею потенціалів $U = 500$ кВ, пролітає крізь поперечне однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0{,}51$ Тл. Товщина області з полем $d = 10$ см. (див. рис. 6.1). Під яким кутом $\alpha$ до початкового напрямку руху електрон вилетить із поля? $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл, $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг.

$$\left(\sin\alpha = \frac{dBc}{\sqrt{U\left(U + 2m_ec^2/e\right)}};\quad \alpha = 180^\circ\right)$$

**6.18.** Електрон, прискорений різницею потенціалів $U = 511$ кВ, влітає в смугу поперечного однорідного магнітного поля з індукцією $B = 0{,}05$ Тл. При якій найменшій ширині $d$ смуги поля електрон не зможе пройти крізь неї? $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл, $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг.

$$\left(d = \frac{\sqrt{eU\left(eU + 2m_ec^2\right)}}{ecB} = 59 \text{ мм}\right)$$

**6.19.** Релятивістська частинка із зарядом $q$ і масою спокою $m_0$ рухається по колу радіусу $R$ в однорідному магнітному полі з індукцією $B$. Знайти:

– імпульс частинки $p$;
– кінетичну енергію частинки $K$;
– прискорення частинки $a$.

$$\left( \begin{aligned} & p = qBR;\ K = E_0\left(\sqrt{1+(p/m_0c)^2}\right),\ де\ E_0 = m_0c^2; \\ & a = (\beta c)^2/R,\ де\ \beta = \frac{(p/m_0c)}{\sqrt{1+(p/m_0c)^2}}. \end{aligned} \right)$$

**6.20.** Електрон, прискорений різницею потенціалів $U$ = 1,0 кВ, рухається в однорідному магнітному полі з індукцією $B$ = 29 мТл під кутом $\alpha$ = 30° до напрямку поля. Знайти радіус кривизни та крок траєкторії електрона. $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг, $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл.

$$\left( R = \frac{\sin\alpha}{B}\sqrt{2mU/e} \approx 1{,}8\ \text{мм};\quad h = \frac{2\pi\cos\alpha}{B}\sqrt{2mU/e} = 2\ \text{см}. \right)$$

**6.21.** Електрон влітає із швидкістю $v = 8{,}85\cdot10^6$ м/с в однорідне магнітне поле із плоскою межею під кутом $\alpha$ = 60° до напрямку поля. На якій відстані $d$ від точки вльоту електрон вилетить з поля, якщо його індукція дорівнює $B$ = 1,0 мТл? $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг, $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл.

$$\left( d = \frac{m_e v}{eB}\sqrt{4\sin^2\alpha + \pi^2\cos^2\alpha} = 18\,\text{см}. \right)$$

**6.22.** Електрон прискорюється електричним полем з напруженістю $E = 3\cdot10^6$ В/м. Маса електрона $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг, заряд $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл. Знайти:
– швидкість електрона $v$ через час $t$ = 1 нс після початку руху;
– величину цієї швидкості $v_{кл}$, розраховану за законами класичної механіки.

$$\left( v = \frac{at}{\sqrt{1+(at/c)^2}} = 2{,}6\cdot10^8\,\text{м/с},\ де\ a = eE/m_0;\quad v_{кл} = at = 5{,}3\cdot10^8\,\text{м/с}. \right)$$

**6.23.** Визначити період обертання релятивістського електрона з кінетичною енергією $K$ = 1,5 МеВ, який рухається у магнітному полі з індукцією $B$ = 0,02 Тл у площині, перпендикулярній до напрямку поля. $m_0 = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг, $c = 3\cdot10^8$ м/с.

$$\left( T = 2\pi(m_0 + K/c^2)/\text{eB} = 7\ \text{нс}. \right)$$

## *7. Електричні коливання. Змінний струм*

7.1. Власна частота $LC$-контура:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

7.2. Частота вільних загасаючих коливань у послідовному контурі:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \qquad \beta = \frac{R}{2L}.$$

7.3. Логарифмічний декремент загасання та добротність контура:

$$\lambda = \beta T, \quad Q = \frac{\pi}{\lambda}.$$

7.4. Амплітуда та резонансна частота вимушених коливань напруги на ємності послідовного контура:

$$U_{0C} = \frac{U_\text{г}\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \quad \omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

7.5. Амплітуда $I_0$ та резонансна частота $\omega_{рез}$ вимушених коливань струму в послідовному контурі:

$$I_0 = \frac{U_\text{г}\omega}{L\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \qquad \omega_{рез} = \omega_0.$$

7.6. Зсув фаз між вимушеними коливаннями струму та напруги генератора в послідовному контурі:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}.$$

7.7. Реактивні опори та повний опір (імпеданс) $Z$ послідовного кола змінного струму:

$$X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}, \quad X = X_L - X_C, \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2}.$$

7.8. Закон Ома для змінного струму:

$$I_m = \frac{U_m}{Z}.$$

7.9. Діючі (ефективні) значення струму та напруги для синусоїдального струму:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

7.10. Потужність, яка виділяється в колі синусоїдального змінного струму:

$$P = UI\cos\varphi.$$

**7.1.** Коливання напруги на конденсаторі контура, що складається з котушки індуктивністю 1,0 мГн і конденсатора ємністю 0,1 мкФ, відбуваються за законом косинуса. Максимальний заряд на конденсаторі дорівнює 0,5 мкКл. У початковий момент часу напруга на конденсаторі складає половину амплітудного значення й надалі зростає. Скласти числове рівняння коливань струму в контурі.

$$\left( I(t) = 50\cos\left(10^5 t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (мА).} \right)$$

**7.2.** Коливання струму в контурі, що складається з конденсатора $C = 0{,}4$ мкФ і котушки індуктивності $L$ = 1,0 мГн, здійснюються за законом $I = I_0 \cos\omega t$, де $I_0$ = 50 мА. Скласти числове рівняння коливань напруги на конденсаторі контура.

$$\left( U(t) = 2{,}5\sin(5\cdot 10^4 t). \right)$$

**7.3.** Коливальний контур складається з котушки та конденсатора ємністю 0,025 мкФ. Напруга на пластинах конденсатора змінюється за законом $U = U_0\cos(10^4\pi\cdot t)$ В. Визначити індуктивність котушки, період коливань та довжину хвилі, на якій резонує контур. Чому дорівнює амплітуда напруги на конденсаторі, якщо амплітуда струму становить 40 мА?

(40 мГн; 0,2·мс; $6\cdot10^4$ м; 50,6 В.)

**7.4.** У коливальному контурі з конденсатором ємності 0,2 мкФ та котушкою індуктивності 1,0 мГн сила струму змінюється за законом $I(t) = 0{,}02\sin\omega t$. Визначити миттєві значення сили струму та напруги на конденсаторі через третину періоду після початкового моменту.

(0,017А; 0,7 В.)

**7.5.** У коливальному контурі з конденсатором ємності $C_1$ власна частота складала 30 кГц, а після заміни цього конденсатора на інший з ємністю $C_2$ вона стала рівною 40 кГц. Знайти лінійну частоту власних коливань у контурі з двома цими конденсаторами, якщо вони з'єднані: а) паралельно і б) послідовно.

( а) 24 кГц; б) 50 кГц.)

**7.6.** Конденсатор ємністю 50 пФ приєднали до джерела струму з ЕРС 3 В, а потім перемкнули на котушку з індуктивністю 5,1 мкГн. Знайти лінійну частоту вільних коливань у контурі та максимальну силу струму в котушці.

( $10^7$ Гц; 9,4 мА. )

**7.7.** У контурі з котушкою індуктивності 5 мкГн і конденсатором ємності 1,33 мкФ амплітуда напруги на конденсаторі дорівнює 1,2 В. Знайти амплітуду магнітного потоку через поперечний переріз котушки, якщо вона має 28 витків.

(111 нВб.)

**7.8.** Два конденсатори однакової ємності, що з'єднані між собою один раз послідовно, а інший – паралельно, заряджають від одного джерела напруги та перемикають на котушку індуктивності. Знайти максимальну силу струму в котушці у другому випадку, якщо в першому вона була 10 мА.

(20 мА)

**7.9.** У контурі з котушкою індуктивності 6 мкГн і конденсатором ємності 1 мкФ амплітуда напруги на конденсаторі дорівнює 1 В. Знайти струм у контурі на момент, коли напруга на конденсаторі складає 60% амплітудного значення.

(60 мА)

**7.10.** В ідеальному коливальному контурі амплітуда заряду на конденсаторі дорівнює 0,5 мкКл. Визначити власну циклічну частоту контура, якщо в момент, коли заряд конденсатора складав 80% від максимального, струм у контурі дорівнював 0,6 мА.

($2\cdot10^3$ рад/с).

**7.11.** Як і в скільки разів зміниться частота коливань у контурі з повітряним конденсатором, якщо між його обкладками розмістити діелектричну пластинку з проникністю $\varepsilon = 4$ і товщиною вдвічі меншою за відстань між обкладками?

(*зменшиться у* 1,3 рази.)

**7.12.** Коливальний контур, який складається з котушки індуктивності та повітряного конденсатора, має власну частоту 41,405 кГц. Після того, як контур умістили під вакуумний ковпак і відкачали повітря, власна частота стала рівною 41,418 кГц. Визначити за результатами цих вимірів діелектричну проникність повітря.

(1,00063)

**7.13.** При зміні ємності контура на $\Delta C = 50$ пФ власна частота змінилася від $\nu_1 = 100$ кГц до $\nu_2 = 120$ кГц. Знайти індуктивність контура.

$$\left( L = \frac{\nu_2^2 - \nu_1^2}{4\pi^2 \nu_1^2 \nu_2^2 \Delta C} = 15{,}8 \text{ мГн} \right)$$

**7.14.** У коливальному контурі радіопередавача максимальний заряд на конденсаторі дорівнює 10 мкКл, а максимальна сила струму – 10 А. Визначити довжину хвилі, яку генерує передавач.

(1885 м. )

**7.15.** Визначити період вільних коливань у контурі, який складається з двох послідовно з'єднаних конденсаторів ємністю по 10 мкФ і двох послідовно з'єднаних котушок з індуктивністю 0,2 мГн і 0,4 мГн.

(0,34 мс.)

**7.16.** Заряджений конденсатор ємністю $C$ приєднано через розімкнений ключ до двох паралельно сполучених котушок з індуктивностями $L_1$ і $L_2$. Визначити початковий заряд на конденсаторі, якщо після замикання ключа амплітуда струму в котушці $L_1$ дорівнює $I_1$.

$$\left( q = I_1 \sqrt{CL_1 \left( L_1 + L_2 \right) / L_2}\,. \right)$$

**7.17.** У коливальному контурі, що складається з конденсатора ємності $C$ і котушки індуктивності $L$, відбуваються вільні незгасаючі коливання з амплітудою напруги на конденсаторі $U_m$. Знайти зв'язок між струмом $I$ в контурі та напругою $U$ на конденсаторі в довільний момент часу. Відповідь знайти як за допомогою закону Ома, так і через енергетичні співвідношення в контурі.

$$\left(U^2 + LI^2 / C = U_m^2.\right)$$

**7.18.** Коливальний контур складається з конденсатора ємності $C$, котушки індуктивності $L$ із не істотним опором і ключа. При розімкненому ключі конденсатор зарядили до напруги $U_m$ і потім, у момент $t = 0$, замкнули ключ. Знайти:

– струм в контурі як функцію часу $I(t)$;
– ЕРС самоіндукції $\mathcal{E}$ в котушці в моменти, коли електрична енергія конденсатора дорівнює магнітній енергії котушки.

$$\left(I = I_m \cos(\omega_0 t + (\pi / 2)),\ \ \text{де}\quad I_m = U_m \sqrt{C / L},\ \omega_0 = 1 / \sqrt{LC};\ \mathcal{E} = U_m / \sqrt{2}.\right)$$

**7.19.** Визначити на скільки відсотків $\eta$ змінюється амплітуда коливань за один період у контурі, що складається з котушки індуктивністю $L$ = 40 мГн і опором $R$ = 4 Ом та конденсатора ємністю $C$ = 0,25 мкФ.

($\eta \approx 3$ %.)

**7.20.** У коливальному контурі з індуктивністю $L$, опором $R$ і ємністю $C$ здійснюються вільні коливання. Знайти, через який час амплітуда сили струму зменшиться в $\eta$ разів та скільки коливань відбудеться за цей час.

$$\left(t = \frac{\ln\eta}{\beta} = \frac{2L\ln\eta}{R};\ N = \frac{t}{T} = \frac{\ln\eta}{2\pi}\sqrt{\frac{4L}{CR^2} - 1}.\right)$$

**7.21.** Визначити добротність $Q$ послідовного контура з параметрами $L$, $R$, $C$ у випадку а) сильного та б) слабкого загасання.

$$\left(\text{а) } Q = \sqrt{\frac{L}{R^2C} - \frac{1}{4}};\quad \text{б) } Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}.\right)$$

**7.22.** У скільки разів $\eta$ частота вільних коливань $\omega$ у контурі з добротністю $Q$ = 1,0 відрізняється від власної частоти контура $\omega_0$?

$$\left(\eta = \sqrt{1 + \left(1/4Q^2\right)} \approx 1{,}1.\right)$$

**7.23.** Частота вільних коливань у контурі дорівнює $\omega$, добротність – $Q$. Знайти час, за який амплітуда коливань зменшиться в $\eta$ разів.

$$\left(t = \frac{2Q}{\omega}\ln\eta\right)$$

**7.24.** Батарея, яка складається з двох однакових конденсаторів ємністю по 2 мкФ, розряджається через котушку з індуктивністю 1 мГн і опором 50 Ом. Чи виникають при цьому коливання, якщо конденсатори з'єднані а) паралельно, б) послідовно?

(а) *ні*; б) *так*.)

**7.25.** Активний опір контура дорівнює $R$. Знайти критичний опір цього контура $R_k$, якщо частота вільних коливань у ньому відрізняється від власної частоти на $\varepsilon$ = 0,5 %.

$$\left(R \approx R_k\sqrt{2\varepsilon} = 0{,}1R_k.\right)$$

**7.26.** Знайти добротність контура $Q$, критичний опір якого $R_k = \eta R$, де $R$ – власний активний опір контура, й $Q >> 1$.

($Q = \eta/2$. )

**7.27.** Активний опір коливального контура $R$ = 0,33 Ом. Яку потужність споживає контур, якщо в ньому відбуваються незгасаючі коливання з амплітудою сили струму $I_m$ = 30 мА.

(0,15 мВт.)

**7.28.** Коливальний контур складається з конденсатора ємності 100 пФ і котушки з індуктивністю 80 мкГн та активним опором 0,5 Ом. Визначити потужність, яку споживає контур, якщо в ньому підтримуються незгасаючі коливання з амплітудою напруги на конденсаторі $U_m$ = 4 В.

( 5·мкВт. )

**7.29.** В коливальний контур послідовно включена змінна ЕРС. Обчислити добротність контура, якщо при резонансі напруга на конденсаторі в $\eta$ разів більша, ніж на джерелі.

$$\left(Q = \sqrt{\eta^2 - \frac{1}{4}}.\right)$$

**7.30.** Визначити амплітуду напруги при резонансі $U_{cm}$ на конденсаторі контура з малим загасанням і добротністю $Q$, якщо на нього подається напруга з амплітудою $U_0$.

( $U_{cm} = QU_0$. )

**7.31.** Коливальний контур з малим опором складається з котушки індуктивності $L$ і конденсатора $C$. Для підтримання в ньому незагасаючих коливань з амплітудою напруги на конденсаторі $U_m$ витрачається потужність $P$. Знайти добротність контура.

$$\left(Q = \frac{U_m^2}{2P}\sqrt{\frac{C}{L}}.\right)$$

**7.32.** Коливальний контур з малим опором складається з котушки індуктивності $L$ і конденсатора $C$. Для підтримання в ньому незагасаючих коливань з амплітудою струму $I_m$ витрачається потужність $P$. Знайти добротність контура.

$$\left(Q = \frac{I_m^2}{2P}\sqrt{\frac{L}{C}}.\right)$$

**7.33.** Яку потужність треба підводити до контура з опором $R = 10$ мОм і добротністю $Q = 1000$, щоб підтримувати в ньому незагасаючі коливання з амплітудою напруги на конденсаторі $U_0 = 100$ мВ?

$$\left( P = \frac{U_0^2}{2RQ^2} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ Вт} = 0{,}5 \text{ мкВт} \right)$$

**7.34.** Контур, що складається з послідовно сполучених конденсатора ємності $C$ = 22 мкФ і котушки з активним опором $R$ = 20 Ом та індуктивністю $L$ = 0,35 Гн, підключено до мережі змінної напруги з амплітудою $U_m$ = 180 В і частотою $\omega$ = 314 рад/с. Знайти:

- амплітуду струму в контурі $I_m$;
- різницю фаз $\varphi$ між струмом і зовнішньою напругою;
- амплітуди напруги на конденсаторі $U_C$ і котушці $U_L$.

$$\left( \begin{aligned} & I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} = 4{,}5 \text{ А}; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{(\omega L - 1/\omega C)}{R} = -\frac{\pi}{3}; \\ & U_C = \frac{I_m}{\omega C} = 0{,}65 \text{ кВ}; \quad U_L = I_m \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = 0{,}5 \text{ кВ}. \end{aligned} \right)$$

**7.35.** Послідовний $RLC$ - контур підключено до генератора синусоїдальної напруги, частоту якої можна змінювати при незмінній амплітуді. Знайти частоту $\omega$, при якій амплітуда сили струму в контурі буде максимальною.

**7.36.** Чи може в послідовному $RLC$ - контурі бути більшою за амплітуду генератора напруга на: а) активному опорі; б) індуктивності; в) ємності?

**7.37.** Довести, що при слабкому загасанні добротність контура визначається, як $Q = \omega / \Delta\omega$, де $\omega$ – резонансна частота струму, а $\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2|$ – ширина резонансної кривої амплітуди струму $I_m(\omega)$; $\omega_1$ і $\omega_2$ – частоти, при яких у контурі виділяється половина максимальної (резонансної) потужності.

**7.38.** Послідовний контур, який складається з резистора $R$, котушки індуктивності $L$ і конденсатора $C$, підключено до генератора синусоїдальної напруги, частоту якої можна змінювати при незмінній амплітуді. Знайти частоту $\omega$, при якій в контурі буде максимальною амплітуда напруги:

а) на конденсаторі;
б) на котушці;
в) на резисторі.

$$\left( \text{а) } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}; \quad \text{б) } \omega = \omega_0^2 \Big/ \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \quad \text{в) } \omega = \omega_0, \ \textit{де} \ \ \omega_0 = 1 \big/ \sqrt{LC}, \ \textit{і} \ \beta = R/2L \right)$$

**7.39.** Конденсатор 30 мкФ, заповнений ідеальним діелектриком, увімкнено в освітлювальну мережу з діючою напругою 220 В і частотою 50 Гц. Знайти діюче значення сили струму в конденсаторі та споживану ним потужність. Діелектрик ідеальний – то про який струм ідеться?

( 2,07 А, 0 Вт. )

**7.40.** Ідеальна котушка з індуктивністю 1,0 Гн увімкнена в мережу з діючою напругою 220 В і частотою 50 Гц. Знайти діючу силу струму в котушці та споживану нею теплову потужність

( 0,7 А; 0 Вт. )

**7.41.** Конденсатор 100 мкФ і резистор 30 Ом з’єднані послідовно й увімкнені в освітлювальну мережу. Знайти імпеданс кола та зсув фаз між струмом у колі та напругою мережі. Випереджає чи відстає за фазою струм від напруги в мережі?

( 43,74 Ом, 46,7°, *випереджає.* )

**7.42.** На з'єднані послідовно конденсатор 200 мкФ та резистор 15,2 Ом подано діючу напругу 220 В промислової частоти 50 Гц. Знайти діюче значення струму в колі та споживану ним потужність.

(10 А, 1,52 кВт.)

**7.43.** Котушка з індуктивністю 100 мГн та активним опором 25 Ом увімкнена в мережу з діючою напругою 220 В і частотою 50 Гц. Визначити діюче значення струму та потужність, що їх споживає котушка, а також зсув фаз між коливаннями струму в котушці та напруги в мережі. Випереджає чи відстає за фазою струм від напруги в мережі?

( ≈5,5 А, 756 Вт, 51,5°, *відстає.*)

**7.44.** Сполучені послідовно котушка з індуктивністю 100 мГн і резистор $R_0 = 20$ Ом підключені до генератора з напругою 100 В і частотою 400 рад/с. Знайти активний опір котушки, якщо діюча сила струму в колі дорівнює 2 А.

(10 Ом.)

**7.45.** Знайти потужність, яку споживає коло з активним опором 50 Ом та імпедансом (повним опором) 110 Ом від мережі з діючою напругою 220 В і частотою 50 Гц. Чому дорівнює зсув фаз між коливаннями струму в колі та напруги в мережі?

( 200 Вт, 63°.)

**7.46.** На послідовне коло, що складається з конденсатора 40 мкФ, котушки індуктивності 1,0 мГн та резистора 25 Ом, подано від генератора змінну напругу із діючим значенням 2,0 В і коловою частотою $5\cdot10^3$ $с^{-1}$. Знайти амплітуду струму, споживану колом потужність, і зсув фаз між коливаннями струму та напруги генератора.

( 113 мА, 160 мВт, 0°.)

**7.47.** На з’єднані послідовно резистор $R$ = 0,5 Ом, котушку індуктивності $L = 4{,}0$ мГн і конденсатор $C$ = 200 мкФ подано змінну з діючою напругою 11,2 В і частотою 1000 рад/с. Знайти діючу напругу на кожному елементі кола.

( $U_R = 5$ В, $U_L = 40$ В, $U_C = 50$ В. )

**7.48.** З’єднані послідовно котушку з індуктивністю $L = 0{,}70\,\text{Гн}$ і активним опором $r = 20\,\text{Ом}$ та резистор з опором $R$ увімкнули в мережу з діючою напругою 220 В і частотою 50 Гц. Знайти величину $R$, при якій коло буде споживати від мережі максимальну потужність $P$, та величину цієї потужності.

$$\left( R = 2\pi\nu L - r = 200\,\text{Ом}, \quad P = \frac{U^2}{4\pi\nu L} = 110\,\text{Вт.} \right)$$

**7.49.** До генератора з амплітудою синусоїдальної напруги 1,1 В і частотою $10^5$ рад/с паралельно приєднали конденсатор $C$ = 1,0 мкФ і резистор $R$ = 4,4 Ом. Знайти імпеданс кола $Z$ та амплітуду струму генератора $I_0$.

$$\left( Z = R\Big/\sqrt{1+(\omega CR)^2} = 3{,}67\ \text{Ом}; \quad I_0 = 0{,}3\ \text{А} \right)$$

**7.50.** В освітлювальну мережу з діючою напругою 220 В і частотою 50 Гц паралельно увімкнули котушку з індуктивністю 95,5 мГн і резистор 40 Ом. Побудувати векторну діаграму та знайти імпеданс кола.

(24 Ом)

**7.51.** До джерела синусоїдальної напруги з частотою $\omega$ підключили паралельно конденсатор ємності $C$ і котушку з активним опором $R$ та індуктивністю $L$. Знайти різницю фаз між струмом джерела та його напругою.

$$\left( \operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega C(R^2 + \omega^2 L^2)}{R}. \right)$$

**7.52.** Для заряджання акумулятора постійним струмом $I_0$ потрібний час $t_0$. Скільки часу знадобиться для заряджання цього акумулятора від мережі змінного струму через однопівперіодний випрямляч, якщо діюче значення струму заряджання теж рівне $I_0$?

$(t = \pi t_0 / 2\,.)$

**7.53.** На однопівперіодний випрямляч подано синусоїдальну напругу з амплітудою $U_m$ = 220 В. Знайти діюче значення струму в резисторі $R$ = 100 Ом, підключеному до цього випрямляча.

$(\,I = U_m/2R = 1{,}1\ \text{А.}\,)$

**7.54.** Знайти діюче значення змінного струму, якщо його середнє значення дорівнює $\langle I \rangle$, а миттєве значення визначається законом:
а) який показано на рис. 7.1;
б) $I \sim |\sin\omega t|$.

$$\left( \text{а)}\, I_д = \frac{2\langle I \rangle}{\sqrt{3}}; \quad \text{б)}\, I_д = \frac{\pi\langle I \rangle}{\sqrt{8}}. \right)$$

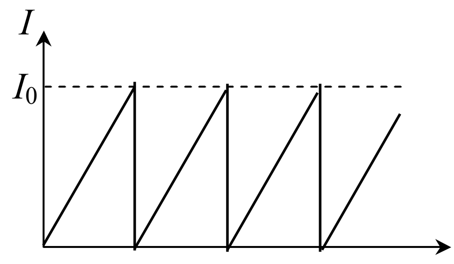


**Рис. 7.1**

**7.55.** Який відсоток часу горить газорозрядна лампа при вмиканні в освітлювальну мережу з діючою напругою 220 В, якщо напруга загоряння та погасання лампи дорівнює 155,6 В?

(66,7%).